



Centre François Viète

Poker : itinéraire scientifique d'un jeu controversé, du XVIIIe siècle à aujourd'hui

Écrit par **Narada MAUGIN**

Sous la direction de **Lisa ROUGETET**, Maître de conférences, Université de Bretagne Occidentale,
Centre François Viète

Stage de licence effectué du 27 mai au 12 juillet 2024

Licence de mathématiques préparée à Nantes Université

Remerciements

Avant tout développement, je souhaite vivement remercier Lisa Rougetet qui a eu la gentillesse de faire de ce stage un moment très profitable. Merci d'avoir tout de suite accepté de m'encadrer et de l'avoir fait en me partageant toute votre expérience. Je suis extrêmement reconnaissant de cette opportunité.

Merci également à tous ceux qui œuvrent pour un partage de connaissance libre et gratuit sans qui ce travail n'aurait pas pu voir le jour.

Table des matières

Remerciements	2
Table des matières	3
Introduction	4
Avant-propos	7
1 Histoire du poker	9
1.1 Histoire des jeux de cartes	9
1.2 Les jeux précurseurs	10
1.3 Origines et développement du poker	12
1.4 Le jeu parmi la classe dirigeante	17
1.5 Le poker moderne	19
1.6 Conclusion	23
2 Une résolution du poker ?	24
2.1 De la théorie mathématique...	24
2.1.1 Un peu d'histoire	24
2.1.2 Équilibre de Nash	26
2.1.3 Pourquoi bluffer ?	27
2.2 ... à l'informatique	32
2.2.1 Qu'est-ce que résoudre un jeu ?	32
2.2.2 Comment résoudre le poker ?	34
2.2.3 Le jeu du <i>jam-or-fold</i>	36
2.2.4 Avancés des IA de poker : 2015-2019	41
2.2.5 Aller au-delà des <i>solvers</i>	46
Conclusion	50
Glossaire	51
Bibliographie	53
Sources primaires	53
Sources secondaires	56
Webographie	58

Introduction

« Le poker est un jeu riche en complexité, qui comporte de nombreux aspects différents, allant des mathématiques et des informations cachées à la psychologie humaine et à la motivation. Pour maîtriser le jeu, un joueur doit non seulement gérer tous ces aspects de manière satisfaisante, mais aussi exceller dans la plupart d'entre eux. »¹ Cette citation extraite d'un article de recherche en informatique de 2002 peut paraître commune, puisqu'elle avance que le poker est un jeu où la stratégie, le bluff et la prise de décision sont essentiels. Pourtant, l'image véhiculée par le poker et d'autres jeux de cartes anciens n'a pas toujours été aussi positive, au point d'être étudié sérieusement par les scientifiques. Les jeux de cartes, depuis leur arrivée en Europe (à la fin du XIIIe siècle), ont été bannis et interdits pendant la plus grande partie de leur histoire. Accusés des pires maux, un moine préconisa même en 1412 de chasser du Royaume de France toutes les personnes s'adonnant à leur pratique². Mais, malgré ces interdictions, ils ont persisté à être joués par toutes les strates sociales, y compris la noblesse.

Prenant naissance au début du XIXe siècle aux États-Unis, le poker peut être considéré à tort comme un seul jeu. En réalité, il s'agit d'une famille de jeux de cartes ayant pour objectif commun de gagner des jetons en formant la meilleure combinaison de cartes ou en persuadant les autres joueurs d'abandonner la main. Et au sein de cette famille de jeu, si la variante du *Texas Hold'em No Limit* est aujourd'hui hégémonique et représente ce qu'on appelle le poker, cela n'a pas toujours été le cas. Les premières parties de poker se jouaient à quatre joueurs et avec un jeu de vingt cartes ne contenant pas les cartes du 2 au 9. L'intégralité du paquet était distribuée aux joueurs et il n'y avait qu'un seul tour d'enchère. Il n'y avait pas de suite ou de couleurs, les combinaisons possibles étant la paire, la double paire, le brelan, le full et le carré (voir les règles dans l'avant-propos)³. Ce poker, que l'on peut qualifier de primitif⁴, appartient à la catégorie des pokers fermés. Dans ces jeux, chaque joueur reçoit cinq cartes qu'il ne montre pas aux autres et essaie de former les meilleures combinaisons, en échangeant éventuellement certaines cartes de sa main. Une autre grande famille du poker est la famille des *studs*. Proche des pokers fermés, à la différence qu'une partie des cartes distribuées à chaque joueur est exposée et visible par tous. C'est d'ailleurs le *stud* à cinq cartes qui apparaît dans le film *Le Kid de*

¹ Darse Billings et al., « The challenge of poker », *Artificial Intelligence* 134, n° 1 (1 janvier 2002): 201-40, [https://doi.org/10.1016/S0004-3702\(01\)00130-8](https://doi.org/10.1016/S0004-3702(01)00130-8). « Poker is a complex game, with many different aspects, from mathematics and hidden information to human psychology and motivation. To master the game, a player must handle all of them at least adequately, and excel in most. », ma traduction.

² Enguerrand de Monstrelet, *Chroniques d'Enguerrand de Monstrelet*, vol. 2, Collection des chroniques nationales françaises écrites en langue vulgaire du XIIIe au XVe siècles ; T. XXVI-XXXIII (S.l., 1826), 326.

³ Joe Cowell, *Thirty years passed among the players in England and America*, 1844, 94.

⁴ Thierry Depaulis, *Petite histoire du poker*, Petite histoire des jeux 1 (Paris: Cymbalum mundi Éd. Pole, 2008), 23-27.

Cincinnati (1965), culte parmi les joueurs de poker⁵. Enfin, une troisième famille notable est celle du poker à cartes communes. Dans ce type de jeu, chaque joueur reçoit entre deux et cinq cartes privées. L'originalité réside dans l'utilisation de cartes communes, au maximum, que tous les joueurs peuvent utiliser pour former leurs combinaisons.

Le poker a longtemps été, et l'est encore par certains, perçu comme un simple jeu de hasard, passe-temps souvent clandestin dont la pratique peut mener à la ruine et à la déchéance⁶. Mais il a, à grand pas, gagné en popularité grâce à sa combinaison particulière de chance, de stratégie et de psychologie. Il a réussi à se dissocier des images de saloons poussiéreux du Far West ou à des arrière-salles enfumées pour devenir un sujet d'étude sérieux en théorie des jeux et en intelligence artificielle. Pour le polymathe John Von Neumann (1903-1957), le poker, contrairement aux échecs, par ses implications et ses analogies avec le réel est un jeu véritablement passionnant à étudier :

Les échecs ne sont pas un jeu. Les échecs sont une forme bien définie de calcul. Vous ne pouvez peut-être pas trouver les réponses, mais en théorie, il doit y avoir une solution, une procédure correcte dans n'importe quelle position. Les vrais jeux ne sont pas du tout comme ça. La vraie vie n'est pas comme ça. La vraie vie consiste à bluffer, à utiliser de petites tactiques de tromperie, à se demander ce que l'autre personne va penser que j'ai l'intention de faire. Et c'est ce que sont les jeux dans ma théorie⁷.

De son point de vue, le poker capture les défis que représentent les jeux à information incomplète. Cette catégorie de jeux regroupe ceux dont les joueurs ne disposent pas tous des mêmes informations. Par exemple, au poker, chaque joueur reçoit des cartes qu'il ne montre pas à ses adversaires, ce qui crée une asymétrie d'information. À l'inverse, les échecs sont un jeu à information complète. Les coups que jouent Magnus Carlsen sont visibles et, en principe, son adversaire peut prévoir ses prochains coups en fonction de la position actuelle sur l'échiquier. Cette caractéristique a permis de construire des programmes d'échecs surpassant les capacités humaines dès la fin des années 90. Ce qui rend le poker particulièrement captivant pour les chercheurs est sa complexité intrinsèque en tant que jeu à information incomplète. Contrairement aux échecs où toutes les pièces sont visibles, le poker impose aux joueurs de naviguer à vue. La nature de ce jeu fait de lui un terrain fertile pour tester des modèles mathématiques et développer des algorithmes d'intelligence artificielle (IA). Chaque décision au poker dépend de nombreux facteurs variables et parfois difficiles à qualifier ou à quantifier. Même lorsqu'un

⁵ Club Poker, « Cinéma : le poker dans les films », consulté le 13 juin 2024, <https://www.clubpoker.net/cinema-poker-films/p-83>.

⁶ Magali Dufour, Séverine Petit, et Natacha Brunelle, « La perception du poker selon les joueurs adeptes : un jeu qui les distingue », *Criminologie* 45, n° 2 (2012): 7-25, <https://doi.org/10.7202/1013718ar>.

⁷ Cité dans « The Ascent of Man », 1973, « Chess is not a game. Chess is a well-defined form of computation. You may not be able to work out the answers, but in theory there must be a solution, a right procedure in any position. Now, real games are not like that at all. Real life is not like that. Real life consists of bluffing, of little tactics of deception, of asking yourself what is the other man going to think I mean to do. And that is what games are about in my theory. », ma traduction.

algorithme est conçu pour y jouer, son évaluation n'est pas aisée. Cela est dû à la chance intrinsèque (appelée variance), mais aussi à la nature *presque* continue des profits. À titre d'exemple, considérons une finale de sept pièces aux échecs. Comme toutes les finales en dessous de sept pièces, celle-ci est résolue. Donc, on sait exactement quels coups mène à quels résultats et il n'y en a que deux : un *mat* ou une nulle. En revanche, au poker, les résultats ne sont pas binaires. Chaque décision de mise, ou de non-mise, obtient une espérance de gain différente. Aussi, lorsqu'un coup est remporté ou perdu, le vainqueur peut toujours se questionner sur d'autres stratégies potentielles pour minimiser ses pertes ou maximiser ses gains.

Cette histoire et cette complexité nous amènent à explorer deux problématiques : d'une part, comment le poker est-il passé d'un jeu banni et condamné à un objet d'intérêt scientifique ? D'autre part, quelles sont les motivations et les méthodes des mathématiciens et informaticiens qui se sont penchés sur ce jeu ?

Pour répondre à ces questions, notre article est structuré en deux parties. Dans la première, nous retraçons l'évolution des jeux de cartes depuis leur apparition en Chine au XIIIe siècle jusqu'à leur introduction en Europe et leur interdiction par l'État et l'Église. Ensuite, nous examinons des jeux anciens qui ont pu avoir des similarités avec le poker tels que le jeu italien de la prime et le jeu français du brelan. Pour finir, nous abordons les développements du poker moderne, explorant comment ce jeu s'est ancré dans la culture et quels sont ses adeptes. Dans la seconde partie, nous explorons les différentes stratégies de résolution au poker, en partant des premières idées mathématiques qui ont mis en évidence des concepts comme l'équilibre de Nash et qui ont mené à la théorie des jeux. Ensuite, à travers l'analyse d'un jeu simplifié, nous soulignons l'importance du bluff, qui est loin d'être une attitude irrationnelle ou impulsive. Enfin, les premières résolutions réalisées pour des jeux simplifiés, comme le jeu *pré-flop* en *Heads-Up* (HU) et le *Texas Hold'em limit* en *heads-up* (LHU), sont analysées. Nous discutons par la suite des outils essentiels utilisés pour ces résolutions, les *solvers*, avant d'examiner les avancées en intelligence artificielle qui ont permis, avec *Pluribus* en 2019, de battre des joueurs professionnels à une table de six joueurs.

Avant-propos

Dans cet article, nous distinguons le paquet de cartes, c'est-à-dire le matériel constitué des cartes utilisées principalement pour jouer, mais pas que⁸, et les jeux de cartes, qui sont les activités utilisant ces cartes. Par ailleurs, sauf mention contraire, « les cartes » désigne les cartes à jouer. De même, lorsque nous ne précisons pas la variante jouée, nous parlons du *Texas Hold'em No Limit*. Certains termes techniques sont indiqués en italique et avec un astérisque (*), dont la définition est donnée dans le glossaire en fin de document.

Avant d'explorer l'histoire du poker, présentons les règles de sa variante principale. Le Texas Hold'em est un jeu de la famille du poker à cartes communes, qui se joue de deux à dix joueurs. Nous présentons brièvement les règles et introduisons la terminologie de cette variante jouée en *No-Limit* (NL), qui, contrairement au *Limit*, permet de relancer de n'importe quel montant à tout moment. Cette variante est la plus jouée.

Deux joueurs mettent des mises forcées (*blinds*), une petite et une plus grosse (généralement deux fois plus grande que la petite). Le joueur à gauche du donneur (bouton⁹) place la *small blind* (SB), et le joueur suivant place la *big blind* (BB). Chaque joueur reçoit ensuite deux cartes privées qui leur sont distribuées face cachée par le bouton ou par le croupier. Un premier tour d'enchères est organisé (le *pré-flop*). Le tour de parole s'effectue de la petite blind jusqu'au bouton, dans le sens horaire. Chaque joueur a la possibilité de faire trois actions : jeter ses cartes (se coucher), suivre la relance (si c'est celle de la BB, c'est un *limp*, sinon, c'est un *call*) ou relancer (à au moins deux fois le montant de la BB, ou sur-relancer à au moins 150 % de la précédente relance le cas échéant). Le joueur en BB remplace l'action de *limp* par l'action de *check* (ne rien faire), car il a initialement investi une BB. Si des joueurs sont encore en lice, trois cartes communes sont révélées (le flop), suivies d'un nouveau tour d'enchères qui commence à partir du joueur à gauche de la BB, toujours dans le sens horaire. Les actions possibles sont les mêmes : se coucher, *check*/suivre, ou relancer. Ensuite, une quatrième carte commune est révélée (la *turn*), suivie d'un troisième tour d'enchères identique au précédent. Finalement, une cinquième carte commune est dévoilée (la *river*), suivie d'un dernier tour d'enchères similaire aux précédents. Si, après ce dernier tour, au moins deux joueurs sont encore en jeu, ils doivent montrer leurs mains (*showdown*). Les combinaisons de cinq cartes les plus fortes, constituées des deux cartes

⁸ Pratiques, transportables et répandues, les cartes à jouer ont servi de support pour la prise de notes de livres, des brouillons de lettres et des discours ; Georges-Louis Le Sage (1724-1803) en a rempli plus de 35 000 pour ne pas oublier ce qu'il y reportait. Voir Jean-François Bert et Jérôme Lamy, éd., *Les cartes à jouer du savoir: détournements savants au XVIIIe siècle*, Heuristiques, vol. 1 (Basel: Schwabe Verlag, 2023), <https://doi.org/10.24894/978-3-7965-4893-2>.

⁹ La position du donneur est symbolisée par un jeton distinctif marqué d'un D pour *dealer*. Ce jeton est appelé le bouton et ce terme désigne, par identification, le joueur qui occupe cette position.

privatives et des cinq cartes communes (cartes du *board*), déterminent le gagnant du pot. Les combinaisons possibles sont indiquées, de la plus forte à la plus faible, dans la figure suivante.

10	J	Q	K	A	Quinte Flush Royale (doit se terminer par un As) 649,740:1
A	2	3	4	5	Quinte Flush 72,192:1
4	4	4	4		Carré 4,165:1
10	10	10	A	A	Full 693:1
♠	♠	♠	♠	♠	Couleur 508:1
A	2	3	4	5	Suite 254:1
3	3	3			Brelan 46:1
A	A	2	2		Double paire 21:1
2	2				Paire 42%
7					Carte haute 50%

github.com/brunetton

Figure 1 : Tableau listant les combinaisons de mains possibles au Texas Hold'em, de la plus forte à la plus faible¹⁰.

On notera qu'il est inutile d'avoir trois paires, puisque seule la meilleure combinaison de cinq cartes est prise en compte. Pour la main suivante, les joueurs se déplacent d'une position vers la gauche par rapport à leur position précédente.

¹⁰ Brunetton, *Travail personnel*, CC BY-SA 4.0, s. d., s. d., <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=127911768>.

1 Histoire du poker

Dans cette première partie, le poker est replacé parmi les jeux de cartes en explorant ses origines, son développement et son impact culturel. Pour ce faire, nous commençons par examiner l'histoire des jeux de cartes, leurs origines et le contexte dans lequel ils ont été accueillis (section 1.1). Nous mettons ensuite en avant deux anciens jeux, la prime et le brelan, en exhibant les points communs avec le poker au niveau des règles, mais aussi au niveau de leurs perceptions (section 1.2). Cette perspective historique nous donnera une meilleure compréhension des origines et des premiers pas du poker, que nous analysons ensuite (section 1.3). En prenant du recul, nous abordons également le rôle du poker dans les milieux influents (section 1.4). Cette sous-partie examine comment le poker a été adopté et diverses classes sociales, y compris les élites économiques et culturelles. Enfin, nous concluons par une exploration du poker moderne (section 1.5), en mettant en avant les raisons de son essor au début des années 2000 et sa pratique actuelle en France.

1.1 Histoire des jeux de cartes

La première trace d'un jeu de cartes remonte à 1294 en Chine, bien qu'il soit peut-être apparu sous la dynastie des Song du Sud (1127-1279)¹¹. Ces cartes se seraient propagées chez les Perses puis les Mamelouks avant d'arriver en Europe quelques années avant 1377, date de sa première mention. Elles semblent s'y implanter rapidement puisqu'elles sont mentionnées cette année-là à Florence, Sienne, Paris et Bâle¹². À cette époque, le paquet était composé de quatre enseignes, chacune constituée de dix cartes numérales et de trois figures : un roi, un petit maréchal et un grand maréchal. Ainsi, dans les grandes lignes, il ressemblait déjà à ce que nous connaissons actuellement. Les cartes se sont alors rapidement répandues sur une grande partie du Vieux Continent¹³. Le jeu de cartes « français », composé de piques, carreaux, cœurs et trèfles, a émergé dans les années 1480. À cette époque, il était en concurrence avec des jeux de cartes plus anciens tels que les jeux germaniques, latins et suisses¹⁴.

Rapidement, de nombreux jeux utilisant des cartes furent inventés. Mais, tout comme d'autres jeux, leurs propagations ne furent pas facilitées par l'État et l'Église. En effet, comme le souligne Bénigno Cacérès (1916-1991), le *Livre des métiers* (1268) d'Etienne Boileau (vers 1200-1270) « codifie dans les moindres détails les règlements de tous les corps de métiers, qu'il s'agisse des conditions ou de la durée

¹¹ Andrew Lo, « The game of leaves: An inquiry into the origin of Chinese playing cards », *Bulletin of the School of Oriental and African Studies* 63 (1 janvier 2000): 389-406, <https://doi.org/10.1017/S0041977X00008466>.

¹² Michael Anthony Eardley Dummett et Sylvia Mann, *The Game of Tarot: From Ferrara to Salt Lake City* (London: G. Duckworth, 1980), 10.

¹³ Espagne, France, Italie, Suisse, Allemagne, Pays-Bas... Même si ces pays n'existaient pas tous encore. Dummett et Mann, 10-11.

¹⁴ Dummett et Mann, 4-16. Ces jeux divergeaient essentiellement sur leurs enseignes. Les enseignes germaniques étaient composées de cœurs, grelots, glands et feuilles, les enseignes suisses de roses, grelots, glands et boucliers et les enseignes latines de coupes, deniers, bâtons et épées.

du travail, des jours chômés ou du loisir »¹⁵. Par cette vision, chaque individu a un rôle et chaque rôle a sa place. Bien que l'auteur admette que distinguer les temps de travail et de loisir au Moyen Âge soit anachronique¹⁶, car les « loisirs » sont souvent consacrés aux fêtes ou aux rites religieux, cette organisation vise à éviter l'oisiveté, conformément à l'adage qui la considère comme « mère de tous les vices »¹⁷. Johan Huizinga (1872-1945) évoque que de grandes célébrations qui se déroulaient à la fin du Moyen Âge, y compris Noël, étaient marquées par la « débauche, les jeux de cartes, les jurons et les propos blasphématoires »¹⁸. Les jeux de cartes sont clairement associés aux péchés. Voilà pourquoi Charles V (1338-1380) interdit en 1369 les jeux « qui n'ont point d'utilité pour exercer nos sujets au maniement des armes » et qu'un moine recommande en 1412 que toute personne qui ne soit pas noble soit contrainte de travailler ou de labourer pour ne pas être expulsée du Royaume de France¹⁹. Des autodafés eurent lieu, notamment à Paris et dans le Nord de la France, en 1426 et 1429, où furent brûlés « cartes, trictracs, dés, coiffures et ornements », symboles représentant la vanité et le plaisir²⁰. Ainsi, les jeux sportifs, qui contribuent à être un meilleur guerrier, ou les jeux perçus comme éducatif, comme les échecs, sont tolérés, voir encouragés²¹, tandis que ceux associés à la débauche et aux comportements immoraux, comme les jeux de cartes, sont condamnés. Pourtant, bravant les interdits et la réprobation morale, ces derniers perdurent et se propagent.

1.2 Les jeux précurseurs

Un jeu de cartes précurseur, et non « ancêtre », du poker est le jeu italien de la prime²². Populaire aux XVIe et XVIIe siècles en Europe et donnant naissance à de nombreuses variantes, ce jeu se pratique de deux à six joueurs avec un paquet de cinquante-deux cartes dont on a retiré les 8, 9 et 10. Les cartes ont des valeurs spécifiques : les 5, 6 et 7 valent trois fois leur valeur nominale, les 2, 3 et 4 valent leur valeur plus dix, les figures valent dix points et l'as vaut six points. Il existe différentes combinaisons possibles. Par ordre croissant de valeur :

- Le point consiste en deux ou trois cartes,
- La *prime* en quatre cartes de couleur et de valeur différentes,
- Le 55 en un 7, 6 et as de la même couleur,

¹⁵ Benigno Cacérès, *Loisirs et travail, du Moyen Âge à nos jours* (Seuil, 1973), 1.

¹⁶ Cacérès, 42.

¹⁷ Francis Mendiague, « L'Église et les interdits religieux du jeu. Hasard, passion et désordre du XVe au XVIIIe siècle », *STAPS* 14, n° 32 (1993): 60, <https://doi.org/10.3406/staps.1993.950>.

¹⁸ Johan Huizinga, *Le déclin du Moyen-Age*, Payot, Paris, 1948 (Payot, 1919), 145.

¹⁹ Monstrelet, *Chroniques d'Enguerrand de Monstrelet*, 2:326.

²⁰ Huizinga, *Le déclin du Moyen-Age*, 15.

²¹ BnF, « Les échecs moralisés », BnF Essentiels, consulté le 20 juin 2024, <http://essentiels.bnf.fr/fr/focus/1593e77a-217b-4891-8349-2eaf4c36af4a-echecs-moralises>.

²² Depaulis, *Petite histoire du poker*, 14.

- Le *flux* (ou *flush* en anglais) en quatre cartes de la même couleur.

Deux cartes sont d'abord distribuées face cachée à chaque joueur et un tour d'enchères à lieu, où les joueurs peuvent miser, suivre ou se coucher. Si des joueurs restent en jeu, deux nouvelles cartes sont distribuées et un dernier tour d'enchères est organisé. Ensuite, les cartes des joueurs restants sont révélées et la force de leur main est évaluée. On additionne les points de chaque combinaison et le joueur avec la plus haute combinaison l'emporte. En cas d'égalité de combinaisons, on considère le plus haut total de points pour départager, et en cas d'égalité de points, personne ne gagne ni ne perd²³. Les similitudes avec le poker résident, en plus du fait qu'il se joue avec des cartes, dans l'objectif de former des combinaisons de mains et dans la présence de tours d'enchères. Ce dernier point réduit la part de hasard, car cela offre la possibilité aux joueurs de gagner même sans une main forte, en misant assez chère. Autrement dit, le bluff devient possible, même si ce terme n'apparaîtra qu'au XVIIIe siècle en anglais, en même temps que le poker²⁴. Nous aborderons cette action si particulière plus en détail dans le chapitre II.

Un autre jeu précurseur est le jeu du brelan (orthographié aussi breland). Apparue au XVIIe siècle en France, le brelan se joue avec deux à cinq joueurs. Le jeu de cartes peut varier de 20 à 36 cartes, à convenir avant de commencer à jouer. Avant la distribution, chaque joueur place un jeton au centre (action nommée ante dans le langage du poker). Le donneur distribue trois cartes à chaque joueur, puis révèle une carte (la retourne). Les joueurs évaluent leurs chances de gagner en fonction des trois combinaisons possibles : brelan carré, brelan, et point.

- Le brelan carré consiste en trois cartes de même valeur et de la même valeur que la retourne,
- Le brelan est tel que nous le connaissons, trois cartes de même valeur,
- Le point (la hauteur dans le langage moderne) est tout simplement la plus haute carte.

Les joueurs misent tour à tour en augmentant, en suivant les relances, ou en abandonnant. Si un seul joueur reste en jeu, il remporte la main. Sinon, le joueur avec la meilleure combinaison gagne. En cas d'égalité, le joueur le plus proche à droite du donneur gagne la main²⁵. Nous retrouvons donc la possibilité de bluffer et de former des combinaisons de mains, en utilisant une carte commune. Toutefois, cette carte commune ne sert qu'à réaliser un brelan carré. Contrairement au poker, il est impossible de constituer un brelan avec seulement deux cartes en main et la carte commune.

²³ *Regles du jeu des minquattes*, 1770.

²⁴ CNRTL, « Bluff », consulté le 1 juillet 2024, <https://www.cnrtl.fr/definition/bluff>.

²⁵ Philippe Lalanne, « Le Brelan », consulté le 6 juin 2024, <https://salondesjeux.fr/brelan.htm>.

Tout comme le poker, le brelan suscite des réactions parfois hostiles. Madame de Sévigné en parle comme d'un « coupe-gorge », auquel les joueurs y perdent toujours²⁶. Diderot, bien qu'amateur d'échecs, ne considère pas les jeux comme une activité noble, digne d'être pratiqué intensément, même par les excellents joueurs²⁷. S'attachant particulièrement à leurs conséquences néfastes, voici comment il décrit, après en avoir donné les règles, le brelan dans l'*Encyclopédie* : « Il n'y a peut-être aucun jeu de hasard plus terrible & plus attrayant : il est difficile d'y jouer sans en prendre la fureur. »²⁸. La « fureur » dont il parle peut faire penser à ce que les joueurs contemporains nomment le *tilt*. Ce phénomène est décrit dans la littérature psychologique comme « un processus de perte de contrôle durant le jeu, le plus fréquemment occasionné par l'accumulation de pertes, ou d'événements statistiquement improbables au cours du jeu, vécus par le joueur comme injustes »²⁹. Particulièrement répandu parmi les joueurs, y compris ceux pratiquant des jeux « sans hasard » comme les échecs³⁰, le tilt peut entraîner frustration et pertes monétaires³¹. Diderot continue ensuite en expliquant que le brelan a été interdit et sévèrement puni, mais que, malgré les sanctions, les gens y jouent toujours. Pour combien de temps ? Indéfiniment selon lui : « Je suis convaincu que les hommes n'y renonceront que quand ils en auront inventé un autre qui soit aussi égal & plus orageux.³² ». Addicts, les joueurs ne pourraient se décider à abandonner ce jeu que pour un autre qui aggraverait encore leur problème. Le successeur dont il parle est-il le poker ?

1.3 Origines et développement du poker

Comme le rappelle Thierry Depaulis, même pour un jeu de cartes récemment inventé comme le *badugi*³³, la question des origines n'est pas résolue³⁴. Ainsi en est-il de même pour un jeu deux fois centenaire comme le poker. Ce que l'on sait en tout cas, c'est que le jeu était joué le long des rives du Mississippi dans les années 1820³⁵. Long de près de 3 800 km et traversant les États-Unis du nord au sud, le Mississippi était alors très fréquenté par les bateaux à vapeur, en plein essor, qui facilitaient le

²⁶ Marie de Rabutin-Chantal Sévigné, *Lettres choisies de Madame de Sévigné : précédées d'une notice par Grouvelle ; d'observations littéraires par Suard... ; ornées d'une galerie de portraits historiques dessinés par Staal.* (Garnier frères, 1862), 131.

²⁷ Jean-Claude Bonnet, « Diderot maître des jeux », *Revue italienne d'études françaises. Littérature, langue, culture*, n° 8 (15 novembre 2018), <https://doi.org/10.4000/rief.2675>.

²⁸ Denis Diderot et Jean D'Alembert, *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*, 1ère, vol. 2, 1751, 411.

²⁹ Servane Barrault et Isabelle Varescon, « Le poker : pratiques normales et pathologiques », *Psychotropes* 21, n° 2-3 (2015): 37-52, <https://doi.org/10.3917/psyt.212.0037>.

³⁰ Akash Adhikari, Stanislav Anatolyev, et Dmitry Dagaev, « Do Mistakes Provoke New Mistakes? Evidence from Chess », *IEEE Transactions on Games*, 2023, 1-6, <https://doi.org/10.1109/TG.2023.3275710>.

³¹ Axelle Moreau et al., « Le "tilt" au poker en ligne », *Alcoologie et addictologie* 37, n° 3 (2015): 245-51.

³² Diderot et D'Alembert, *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*, 2:411.

³³ Le *badugi* est un jeu très ressemblant au jeu de la prime. C'est un jeu à quatre cartes où le but est de former des combinaisons. Un *badugi* consiste en un As, 2, 3 et 4 et est la plus forte combinaison possible.

³⁴ Depaulis, *Petite histoire du poker*, 17-19.

³⁵ Depaulis, 68.

transport des marchandises et des personnes. Les cabines de ces bateaux ont alors accueilli les premières parties de poker. Plus généralement, l'émergence du poker aux États-Unis à cette époque ne semble pas être le fruit du hasard, mais plutôt le résultat de multiples influences culturelles et linguistiques³⁶. Dans une nation en plein essor, en pleine conquête de l'Ouest, où les aventuriers affluent et où le goût du risque est célébré, le poker se révèle au sein d'une société où la recherche de fortune était une quête centrale, offrant de cette manière un terreau fertile pour son développement³⁷.

Ses origines sont donc incertaines, même si plusieurs hypothèses, débattues, apparaissent. Mentionnons-en une qui suggère que le poker put provenir du jeu français de la poque, qui aurait été introduit par les marins français encore très présents à la Nouvelle-Orléans à cette époque, la Louisiane ayant été vendue aux États-Unis vingt ans plus tôt. Les défenseurs de cette théorie insistent notamment sur la proximité de prononciation entre poque et poker³⁸.

Quoi qu'il en soit, la plus ancienne occurrence du poker dans la littérature apparaît dans les mémoires d'un militaire, James Hildreth (s.d.), publiées en 1836, dans lequel il mentionne une fois le poker en le décrivant comme « un jeu de carte très apprécié dans le sud et l'ouest » et évoque, déjà, les « quelques centaines de dollars » (100 \$ de 1836 équivaut à 3370 \$ de 2024) perdus à ce jeu³⁹. Un livre de 1843 *An Exposure of the Arts and Miseries of Gambling*, cette fois bien plus détaillé, nous en dévoile plus. L'auteur est un joueur repent, converti au protestantisme, qui milite fortement contre les jeux d'argents. Il évoque alors un jeu qui se joue à 20 cartes constitué des figures, des as et des dix. Il dénonce alors l'ignominie des joueurs professionnels de jeux de cartes, qui :

[...] trichent de toutes les manières possibles lorsqu'ils jouent aux cartes, et s'ils ne peuvent par ce moyen vous soutirer votre argent, ils n'hésiteront pas, si l'occasion se présente, à vous faire les poches ; et si votre argent est dans une situation telle qu'il n'est pas commode de s'en emparer, (c'est-à-dire si vous l'avez attaché autour de vous), la plupart d'entre eux ne se gêneront pas pour vous renverser et vous le prendre⁴⁰.

³⁶ James McManus, *Cowboys full: the story of poker* (New York: Farrar, Straus, and Giroux, 2009), 46-47.

³⁷ McManus, 19.

³⁸ McManus, chap. 6; David G. Schwartz, « Historical parallels between tournament poker and esports », *Gaming Law Review* 21, n° 10 (décembre 2017): 730-44, <https://doi.org/10.1089/blr2.2017.21103>.

³⁹ Hildreth, *Dragoon Campaigns to the Rocky Mountains : Being a History of the Enlistment, Organization, and First Campaigns of the Regiment of United States Dragoons : Together with Incidents of a Soldier's Life, and Sketches of Scenery and Indian Character*, 128 : « a favorite game of cards at the south and west », ma traduction, « lost some cool hundreds last night at poker », ma traduction.

⁴⁰ Jonathan Harrington Green, *An Exposure of the Arts and Miseries of Gambling: Designed Especially As a Warning to the Youthful and Inexperienced Against the Evils of That Odious and Destructive Vice*, 1843, 41, <https://archive.org/details/anexposureartsa00greegoog> : « These men cheat in every possible way, when they play at cards, and if they cannot by this means get your money from you they will not hesitate, if an opportunity occurs, to pick your pockets ; and if your money is in such a situation that it is not convenient to get hold of it, (that is, if you have it tied round you,) the greater part of them will not stick to knock you down and take it from you; so you see that you ought never to form any acquaintance without an introduction by some particular friend. », ma traduction.

Il souligne à quel point les joueurs professionnels ne participent jamais à une partie sans tricher et montre combien le poker est propice à de telles pratiques⁴¹. Son objectif est de mettre en garde, comme le sous-titre de son livre le témoigne, « les jeunes et les personnes inexpérimentées contre les méfaits de ce vice [les jeux de hasard] odieux et destructeur »⁴². C'est donc dans ce contexte controversé que le poker est apparu. Émergeant de différents jeux de cartes, étroitement lié à un contexte propice aux jeux d'argents et de hasard, le poker fût. Il se propagea rapidement, si bien que Depaulis rapporte que, dès 1875, le New York Times déclare que « le jeu national n'est pas le baseball, mais le poker »⁴³.

Le poker voit alors émerger ses premiers mythes et ses premiers personnages marquants. Une des plus anciennes mains de poker à qui les joueurs ont donné un nom est la « main du mort » : deux huit noirs, deux As noirs et un valet de carreau. La légende raconte que c'est la main qu'avait James Butler Hickok au moment de son assassinat le 2 août 1876⁴⁴.

⁴¹ Green, 61.

⁴² Green, *An Exposure of the Arts and Miseries of Gambling: Designed Especially As a Warning to the Youthful and Inexperienced Against the Evils of That Odious and Destructive Vice*, ma traduction.

⁴³ Depaulis, *Petite histoire du poker*, 32.

⁴⁴ Joseph G. Rosa, *Wild Bill Hickok: the man and his myth* (Lawrence: University Press of Kansas, 1996), 275-76.

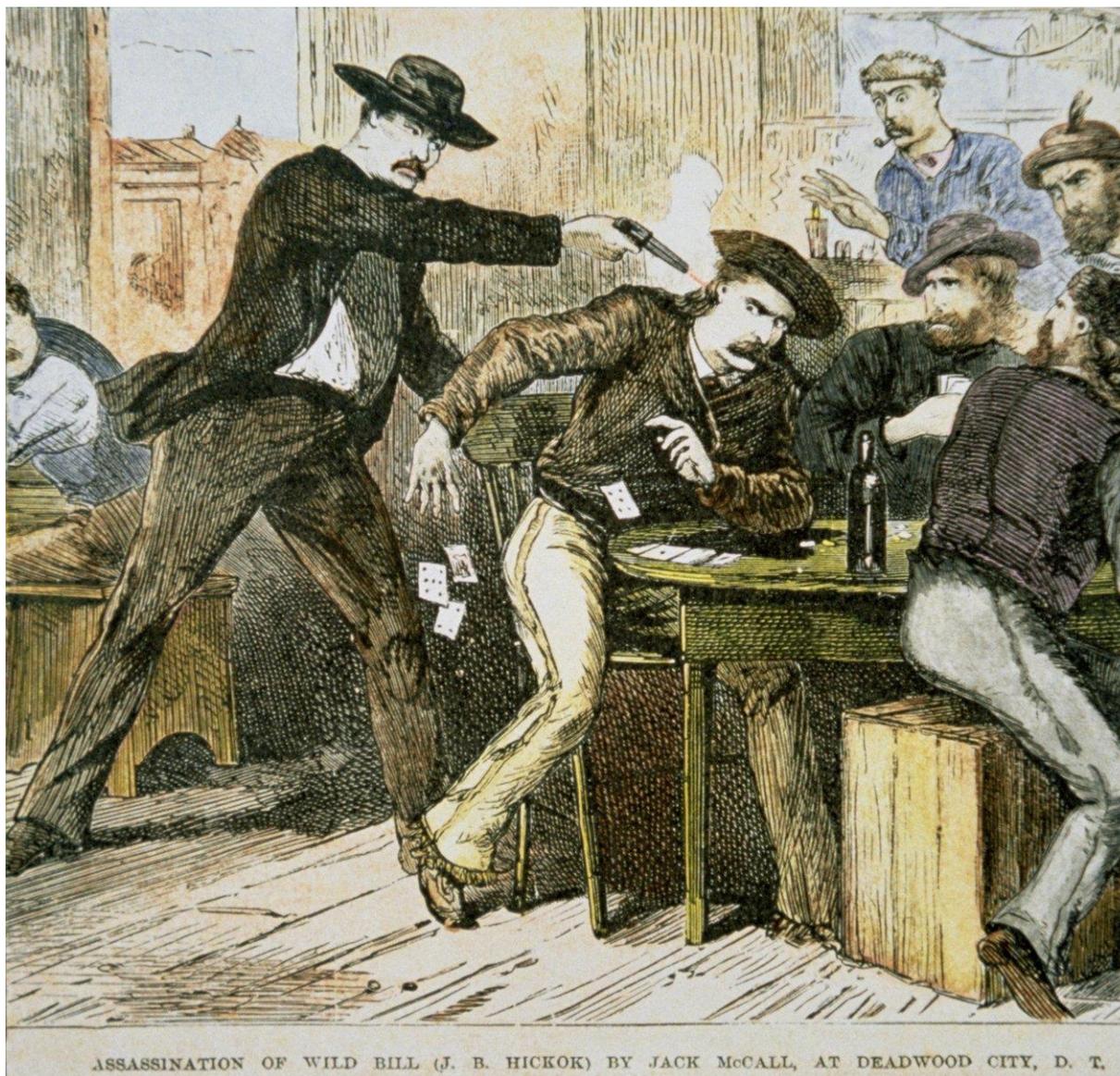


Figure 2 : Lithographie en couleur représentant l'assassinat de James Butler Hickok⁴⁵

Célèbre soldat, shérif, réputé pour son habileté exceptionnelle avec les armes à feu, il fut un représentant emblématique de la conquête de l'Ouest et un joueur de poker assidu. Figure légendaire, les dizaines (si ce n'est centaines) de livres et de films qui le mentionnent ou qui mentionnent la « main du mort »⁴⁶ ont participé, avec d'autres récits, à forger un imaginaire parmi les joueurs, mais aussi parmi le public : celui d'un poker marqué par l'audace, le risque et l'aventure. Mais le folklore du poker incorpore aussi des récits moins héroïques, ayant trait à l'aspect obsessionnel et potentiellement

⁴⁵ American School, *Assassination of « Wild Bill » (W.B. Hickok)*, s. d., s. d., [https://www.meisterdrucke.us/fine-art-prints/American-School/1425071/Assassination-of-%27Wild-Bill%27-\(W.B.-Hickok\)-by-Jack-McCall-at-Deadwood-City,-Dakota-Territory,-2nd-August-1876-\(colour-litho\).html](https://www.meisterdrucke.us/fine-art-prints/American-School/1425071/Assassination-of-%27Wild-Bill%27-(W.B.-Hickok)-by-Jack-McCall-at-Deadwood-City,-Dakota-Territory,-2nd-August-1876-(colour-litho).html).

⁴⁶ Wikipédia, « Wild Bill Hickok », in *Wikipédia*, 8 avril 2023, https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Wild_Bill_Hickok&oldid=203072437#Dans_la_culture_populaire ; Wikipédia, « Dead man's hand », in *Wikipédia*, 25 août 2023, https://fr.wikipedia.org/wiki/Dead_man%27s_hand#Post%C3%A9rit%C3%A9.

destructeur de ce jeu. Ainsi en est-il du mythe, raconté par Herbert Asbury (1889-1963) dans son livre sur l'histoire des jeux d'argent aux Etats-Unis, de deux amis Texans qui ont commencé à jouer au poker tous les jours à partir du 15 juin 1853, ne s'arrêtant que pour manger et ignorant totalement les événements extérieurs, notamment la guerre de Sécession. La partie ne cessa toujours pas en 1872, à leur mort simultanée, puisque les deux fils aînés ont continué la partie jusqu'à que l'un meurt et que l'autre devienne fou⁴⁷. Ce qui est remarquable dans cette histoire, c'est que ce soit le jeu en lui-même qui ait pu être problématique, et non les conséquences de la perte d'argent, d'habitude toujours mises en avant, puisqu'ils jouaient uniquement entre eux. Même si l'historicité de ce récit est discutable, il met en lumière deux points, celui d'un jeu joué au Texas de manière excessive et celui d'un duel à rallonge rentrant dans le folklore du poker. Ce n'est donc pas un hasard si le Texas a donné naissance, au début du XXe siècle, à la variante de poker la plus jouée au monde aujourd'hui. La petite ville de Robstown en revendique même la paternité, bien que cela soit difficile à vérifier⁴⁸. Il est en effet improbable qu'une seule personne ait instauré toutes les règles du jour au lendemain, rendant de ce fait difficile de déterminer précisément les responsabilités.

Un mythe fondateur du poker moderne est celui du match Dandalos-Moss. Voici comment ce récit est généralement présenté⁴⁹ : organisé par Benny Binion (1904-1989) au Horseshoe Casino entre janvier et mai 1951, un match marathon entre deux légendes du jeu eut lieu, préfigurant les duels Karpov-Kasparov aux échecs, entre l'expérimenté Nick « The Greek » Dandalos (1883-1966) et son challenger Texan Johnny Moss (1907-1995). Sur cinq mois, ils ont joué toutes les variantes du poker, bien que le *stud* à cinq cartes fut le plus populaire⁵⁰, ne faisant des pauses que pour dormir. Moss a remporté la mise, notamment grâce à sa meilleure condition physique qui a épuisé Dandalos, plus âgé. À la fin, Dandalos, reconnaissant sa défaite, a prononcé la célèbre réplique : « Mr. Moss, I have to let you go » marquant la fin de cet affrontement et perdant plus de deux millions de dollars (soit plus de 10 millions de dollars actuels). Maurice Zolotow (1913-1991) prévenait que les « champions ne jouent pas pour de l'argent, ils jouent AVEC de l'argent »⁵¹, c'est ce qui explique ce détachement vis-à-vis des sommes engagées, et qui est en réalité commun pour les joueurs jouant les *nosebleed* (parties où les enjeux sont très hauts). Ainsi, ce récit permet de rendre compte du joueur de poker « idéal » : il doit être d'une

⁴⁷ Herbert Asbury, *Sucker's Progress; an Informal History of Gambling in America from the Colonies to Canfield* (Montclair, N.J.: Patterson Smith, 1938), 33-34.

⁴⁸ House Resolution, « Texas State Legislature - House », 11 mai 2007, <https://www.legis.state.tx.us/tlodocs/80R/billtext/html/HC00109H.htm>.

⁴⁹ Voir par exemple Alfred Alvarez, *The Biggest Game in Town* (Boston: Houghton Mifflin, 1983), 20-23.

⁵⁰ Sam Farha et Storms Reback, *Farha on Omaha: Expert Strategy for Beating Cash Games and Tournaments* (Chicago: Triumph Books, 2007), 8.

⁵¹ Cité dans Schwartz, « Historical parallels between tournament poker and esports », « Champions don't play for money, they play WITH money », ma traduction.

« dévotion obsessionnelle » au jeu, d'une « endurance exceptionnelle » et d'un « calme presque indifférent »⁵².

1.4 Le jeu parmi la classe dirigeante

Malgré la répression et la condamnation morale des jeux, on joue, et même parmi les dirigeants. Nous l'avons vu, les jeux de hasard furent bannis et réprimé avec constance par la royauté française. Pourtant, cette même royauté s'y adonne. Henri IV (1553-1610) fût un féru de tarot et on rapporte qu'il a pu perdre de grosse somme en 1586⁵³. Cela s'est produit alors même que son père, Henri III (1551-1589), avait rappelé l'interdiction des jeux de hasard en 1577⁵⁴. Au XVIIe siècle, on rapporte qu'à la cour de Versailles comme dans les académies parisiennes, on jouait « massivement » à des jeux de cartes comme le lansquenet et le pharaon, souvent avec de l'argent. Lors de ces parties, de nombreux courtisans y accumulaient des dettes, parfois considérables⁵⁵. En remboursant ces dernières, le roi achetait littéralement la servilité des courtisans, une condition essentielle pour gouverner⁵⁶. Jouer n'est donc pas innocent.

Toutefois, c'est aux Etats-Unis, terre du poker, que la pratique fût bien plus développée. Nombreux sont les présidents américains qui ont été, à l'image de leurs compatriotes, des joueurs de poker. Nous pouvons citer Abraham Lincoln (1809-1865), Ulysses S. Grant (1822-1885), Theodore Roosevelt (1858-1919), Warren Harding (1865-1923), Franklin D. Roosevelt (1882-1945), Harry Truman (1884-1972), Dwight D. Eisenhower (1890-1969), Richard Nixon (1913-1994) et Barack Obama (1961-)⁵⁷. Harding par exemple lança le *Poker Cabinet*, clamant « Oubliez que je suis président des États-Unis. Je suis Warren Harding, je joue au poker avec des amis et je vais [vous] mettre une raclée »⁵⁸. Voici comment la personnalité mondaine Alice Longworth (1884-1980) décrivait ces moments :

⁵² Schwartz, « So the ideal poker player, judging from this mythic encounter, can be rough-hewn or sophisticated, but must have a monomaniacal dedication to the game, incomparable endurance, and a reserved composure verging on indifference. », ma traduction.

⁵³ Gustave Bascle de Lagrèze « Henri IV, vie privée, détails inédits » (Paris, 1885), chap XXIII, cité dans Thierry Depaulis, « Étienne Tabourot et Le Tarot », *Le Vieux Papier*, n° 379 (janvier 2006): 386-92.

⁵⁴ Jean-Louis Harouel, « De François Ier au pari en ligne, histoire du jeu en France », *Pouvoirs* 139, n° 4 (2011): 5-14, <https://doi.org/10.3917/pouv.139.0005>.

⁵⁵ Élisabeth Belmas, *Jouer autrefois: essai sur le jeu dans la France moderne (XVIe - XVIIIe siècle)*, Époques (Seysse: Champ Vallon, 2006), 155-56; Romain Leduc, « Ces anciens jeux pratiqués à la Cour de Versailles », *Histoires Royales* (blog), 22 juin 2021, <https://histoiresroyales.fr/ces-anciens-jeux-pratiques-a-la-cour-de-versailles/>.

⁵⁶ Déborah Cohen, *État, pouvoirs et contestations dans les monarchies française et britannique et dans leurs colonies américaines, vers 1640-vers 1780*, CAPES-Agreg (Paris: Ellipses, 2018), 7; Bruce Bueno de Mesquita et Alastair Smith, *The Dictator's Handbook: Why Bad Behavior Is Almost Always Good Politics*, 1st ed (New York: PublicAffairs, 2011), chap. 3.

⁵⁷ Norman Chad, « Perspective | For U.S. Presidents, Poker Is a Main Event », *Washington Post*, 16 juin 2019, https://www.washingtonpost.com/sports/for-us-presidents-poker-is-a-main-event/2019/06/16/7a1a5e54-8fb1-11e9-b08e-cfd89bd36d4e_story.html.

⁵⁸ Cité dans McManus, *Cowboys full*, 12, « Forget that I'm President of the United States. I'm Warren Harding, playing poker with friends, and I'm going to beat hell out of them », ma traduction.

Aucune rumeur n'aurait pu dépasser la réalité ; le bureau était rempli de copains ... l'air était lourd de fumée de tabac, des plateaux avec des bouteilles contenant toutes les marques imaginables de whisky étaient posés, des cartes et des jetons de poker étaient à portée de main - une atmosphère générale de gilet déboutonné, de pieds sur le bureau, et de crachoirs à côté⁵⁹.

Pourtant, d'une manière qui rappelle le deux poids deux mesures français au XVIIe siècle, la Prohibition avait été votée par Harding et était déjà en action. Harry Truman quant à lui, a joué au poker tout au long de sa vie. Quelles que soient les activités qu'il ait faites, il a toujours eu les cartes en main. Étudiant, soldat, juge puis président, il n'a jamais renoncé à ce plaisir, organisant même des parties à bord du USS *Williamsburg* et comptant parmi ses compagnons de jeu Winston Churchill. Pour Truman, le poker représentait bien plus qu'un simple divertissement : c'était une occasion de sociabilisation et de détente avec ses amis, lui permettant de se relaxer au milieu des pressions de sa carrière politique⁶⁰. Le poker a cependant nui à son image lorsqu'il a participé à une partie, en présence de journalistes, quelques jours avant sa décision de bombarder Hiroshima et Nagasaki⁶¹.

⁵⁹ Cité dans McManus, 12, « No rumor could have exceeded the reality; the study was filled with cronies ... the air heavy with tobacco smoke, trays with bottles containing every imaginable brand of whiskey stood about, cards and poker chips ready at hand—a general atmosphere of waistcoat unbuttoned, feet on desk, and spittoons alongside. », ma traduction.

⁶⁰ raymond H. Geselbracht, « Harry Truman, Poker Player », *Prologue | Spring 2003* 35, n° 1 (2003), <https://www.archives.gov/publications/prologue/2003/spring/truman-poker.html>.

⁶¹ Club Poker, « Histoire de poker : Richard Nixon et les présidents américains », *Club Poker* (blog), 18 février 2014, <https://www.clubpoker.net/histoire-poker-richard-nixon-presidents-americains/n-8915>.



Figure 3 : Le président en exercice Harry S. Truman jouant au poker le Jour de l'Indépendance en 1949⁶².

Finissons ce tour d'horizon de la pratique du poker par des présidents américains en évoquant Barack Obama qui, à un journaliste lui demandant de dévoiler un talent caché, répondit qu'il était un « plutôt bon joueur de poker »⁶³. Contrairement à Eisenhower et Nixon qui ont gagné des sommes importantes en jouant sérieusement, Obama ne misant que de petits montants. Il participait à des parties qui lui permettait de réseauter avec des lobbyistes ou d'autres politiques, incluant des Républicains⁶⁴. Comme pour Truman, le poker lui a servi à rencontrer des personnes et entretenir des relations, ce qui est indispensable pour quiconque a de l'ambition en politique. Mais contrairement à ce dernier, il a arrêté de jouer au poker en entrant à la Maison Blanche.

1.5 Le poker moderne

Voyons à présent comment le poker a connu un « boom » au début des années 2000. Et il est certain que les *World Series Of Poker* (WSOP) ont eu un rôle important car ce sont les WSOP qui ont véritablement fait passer le jeu des tables de saloon aux tables feutrées des casinos modernes. Les

⁶² *President Harry S. Truman with His Staff Playing Poker*, 4 juillet 1949, 4 juillet 1949, <https://www.trumanlibrary.gov/photograph-records/81-154-04>.

⁶³ Anthony Holden, « Poker Returns to the White House », *The Daily Beast*, 6 novembre 2008, <https://www.thedailybeast.com/articles/2008/11/06/card-shark-in-chief>, « I'm a pretty good poker player », ma traduction.

⁶⁴ McManus, *Cowboys full*, 7-9.

WSOP sont un festival de tournois de poker se tenant à Las Vegas tous les étés depuis 1970. Ils sont passés d'une première édition sans grand enjeux, où le vainqueur a été élu par ses pairs, à un festival comprenant plus de cent tournois, avec des droits d'entrée compris entre 500\$ et 250 000\$, dont le tournoi principal, le *Main Event* à 10 000\$ l'entrée, a attiré en 2023 plus de 10 000 personnes, un record⁶⁵. Et c'est le match Dandalos-Moss qui a servi aux WSOP, rétrospectivement, de caution historique. Car il y a des incohérences dans l'histoire de cette rencontre et que « comme beaucoup de grandes histoires de poker, elle s'est développée au fil des années »⁶⁶. Si un match entre les deux hommes a probablement été organisé, il était bien loin de la description extraordinaire donnée précédemment. Selon le commentateur de poker Jesse May, ce récit a été fabriqué par les acteurs de l'industrie du poker en raison des intérêts économiques en jeu. Ces derniers auraient raconté cette histoire à maintes reprises, ajoutant sans cesse des détails pour la rendre plus extraordinaire, jusqu'à ce qu'elle soit acceptée comme vérité⁶⁷.



Figure 4 : Heads-up entre Jesse Alto (gauche) et Doyle Brunson (droite) lors des WSOP 1976⁶⁸.

⁶⁵ « World Series of Poker », consulté le 17 juin 2024, <https://www.wsop.com/>.

⁶⁶ Michael Craig cité dans McManus, *Cowboys full*, 185, « like many great poker stories, it grew over the years », ma traduction.

⁶⁷ Martin Harris, « Poker & Pop Culture: Moss and Dandalos at the Horseshoe - Legend or Myth? », *PokerNews*, *PokerNews*, 23 mai 2017, <https://www.pokernews.com/news/2017/05/poker-pop-culture-moss-dandalos-horseshoe-legend-myth-28031.htm>.

⁶⁸ Binion's Horseshoe Club Photograph Collection, *Photograph of gamblers at the 7th World Series of Poker, Las Vegas (Nev.), 1976* | *UNLV Special Collections Portal*, 1976, 1976, <http://n2t.net/ark:/62930/d1x63bc2g>.

Toujours est-il que c'est lors des WSOP que des champions comme Doyle Brunson, surnommé « Texas Dolly » (figure précédente), ou encore Stu Ungar, surnommé « The Kid », ont marqué l'histoire moderne du poker par leurs nombreuses victoires. Mais c'est véritablement en 2003 que la pratique du poker a explosé, grâce à la victoire d'un amateur, Chris Moneymaker (un nom prédestiné), lors du *Main Event*, remportant 2,5 millions de dollars. En effet, ce dernier s'est qualifié pour ce tournoi en ligne pour 86 dollars et a battu tous les professionnels, y compris le double vainqueur du *Main Event* Johnny Chan, pour s'adjuger du premier prix.

À partir de là, a commencé ce qui a été appelé l'effet Moneymaker, un engouement du public pour le poker causé par sa victoire. Pour preuve, les revenus du poker en ligne ont alors augmenté de manière drastique entre 2000 et 2005, passant de 82 millions de dollars à plus de 2 milliards de dollars⁶⁹. Car les joueurs ne jouent plus uniquement dans les tables feutrées des casinos modernes mais aussi depuis chez eux, sur internet. Le premier site de poker en ligne, Planet Poker, a ouvert en 1998, suivi par Paradise Poker l'année suivante et Poker Spot en 2000. Mais ce sont PokerStars et PartyPoker, lancés en 2001, qui vont rapidement croître et devenir leaders du marché⁷⁰. En France, cette vague du poker a été accompagnée notamment par Patrick Bruel⁷¹, auréolé d'un *bracelet* WSOP⁷² gagné en 1998, qui a usé de sa notoriété pour faire connaître le jeu à un public novice, notamment lors des retransmissions du *World Poker Tour* sur Canal+ à partir de 2005⁷³. L'attrait pour ces retransmissions a beaucoup profité de l'invention des *Hole Card Cam*, ces caméras qui permettent aux spectateurs de voir les cartes des joueurs, et qui ont décuplé l'intérêt de suivre ces tournois en direct⁷⁴. Mais il y a eu d'autres émissions touchant différents publics : parties de poker rapides avec *Direct Poker* sur Direct 8 (2006-2012), télé-réalité avec *La Maison du Bluff* sur NRJ12 (2010-2016), programme humoristique avec *Drôle de Poker* sur RTL9 (2011), et même *strip poker* avec le *Poker chez la Voisine* (2012)⁷⁵. L'arrivée de nouveaux joueurs jouant en ligne a incité le législateur à intervenir, ce qu'il a fait en 2010, car les salles de poker en ligne n'étaient, alors, pas régulées. La loi « relative à l'ouverture à la concurrence et à la régulation du secteur des jeux d'argent et de hasard en ligne », impose désormais l'obtention d'une licence délivrée par l'ARJEL (Autorité de Régulation des Jeux en Ligne), puis depuis 2020 à l'ANJ (Autorité

⁶⁹ Jeremy Singer-Vine, « The Moneymaker Effect », *Slate*, 30 juin 2011, <https://slate.com/news-and-politics/2011/06/the-moneymaker-effect-how-online-poker-got-so-popular.html>.

⁷⁰ « Online Poker | Poker History », consulté le 17 juin 2024, <https://pokertips.org/history/online-poker.php>.

⁷¹ Sports.fr, « Patrick Bruel: "Le poker est un sport" », 16 novembre 2009, <https://www.sports.fr/poker/interviews/articles/patrick-bruel-le-poker-est-un-sport-275916/>.

⁷² Bracelet d'or et de diamant récompensant le vainqueur d'un tournoi aux World Series of Poker (WSOP).

⁷³ « Le WPT diffusé sur Canal Plus et présenté par Patrick Bruel », 26 mai 2005, <https://fr.pokernews.com/news/2005/05/wpt-diffuse-canal-plus-1059.htm>.

⁷⁴ Schwartz, « Historical parallels between tournament poker and esports ».

⁷⁵ Club Poker, « Poker et télévision - Le poker », Club Poker, consulté le 17 juin 2024, <https://www.clubpoker.net/poker-television/s-80>.

Nationale des Jeux), pour ouvrir un site de poker⁷⁶. Cette législation reconnaît également le « savoir-faire » des joueurs de poker, ce qui permet d'imposer fiscalement les gains obtenus⁷⁷.

En France, le poker est joué en présentiel (*live*) ou sur internet (*online*). En *live*, deux offres différentes sont disponibles. Le jeu en casino ou en cercle de jeux permet de jouer pour des sommes importantes, les droits minimums d'entrée pour jouer sont rarement en-dessous de la centaine d'euros. Une autre offre est celle proposée par des associations. Là, le jeu est joué pour le plaisir de jouer car les parties se déroulent sans argent, c'est interdit. Des cadeaux peuvent néanmoins être offerts aux premiers. En 2023, sept opérateurs sont agréés pour ouvrir une offre de poker *online*. Les joueurs peuvent y jouer de manière gratuite avec de l'argent fictif ou jouer avec de l'argent réel à partir de quelques centimes. Trois formats principaux sont offerts aux joueurs : le *cash game*, les tournois multitablets (MTT) et les *Sit&Go*. Le *cash game* est un format de poker où les jetons représentent de l'argent réel, et les joueurs peuvent entrer ou sortir de la partie à tout moment en échangeant leurs jetons contre de l'argent. Les tournois sont des compétitions où les joueurs paient un droit d'entrée fixe pour recevoir un nombre égal de jetons de tournoi. Les *blinds* augmentent à intervalles réguliers, et les joueurs sont éliminés lorsqu'ils n'ont plus de jetons, jusqu'à ce qu'il ne reste qu'un seul vainqueur. Enfin, les *Sit&Go* sont des petits tournois qui démarre lorsque le nombre de joueurs fixé est atteint généralement moins de 10. Ces derniers ont pris de l'importance avec l'émergence des Expressos⁷⁸ en 2013. Ce sont des *Sit&Go* hyper-turbo à trois joueurs avec une structure très rapide et une dotation déterminée aléatoirement au début de la partie. Ces derniers, joués exclusivement *online*, sont au cœur de la croissance du poker en ligne. En effet, en 2023, le marché du poker en ligne est en forte croissance avec près de 1,5 millions de joueurs ayant joué en ligne pour des mises brutes de 500 millions d'euros (+14%)⁷⁹. Les joueurs de poker en ligne sont plutôt « des hommes jeunes, généralement célibataires, issu de CSP+ (cadre ou étudiant) contrairement aux joueurs de hasard pur, plutôt âgé, au chômage, ouvrier... »⁸⁰. La part de femmes est donc faible, autour de 13% en ligne en France⁸¹. En *live*, cette proportion semble même encore plus petite, de l'ordre de 4 à 8% aux WSOP, résultant alors en une ambiance pas toujours

⁷⁶ « Demander un agrément | ANJ », consulté le 1 juillet 2024, <https://anj.fr/professionnels/demander-un-agrement>.

⁷⁷ « LOI n° 2010-476 du 12 mai 2010 relative à l'ouverture à la concurrence et à la régulation du secteur des jeux d'argent et de hasard en ligne », 2010-476 § (2010).

⁷⁸ Appelé aussi, selon l'opérateur, Spin&Go, Twister, Sit&Go Jackpot...

⁷⁹ Autorité Nationale des Jeux (ANJ), « Analyse annuelle du marché des jeux d'argent et de hasard en France - 2023 », consulté le 17 juin 2024, https://anj.fr/sites/default/files/2024-04/2023_Rapport_Economique.pdf.

⁸⁰ « Servane Barrault et Seni - Club Poker Radio S06E07 », 2 octobre 2012, <https://www.clubpoker.net/forum-poker/topic/185922-servane-barrault-et-seni-aka-s1605-club-poker-radio-s06e07/> à 25 min.

⁸¹ Autorité Nationale des Jeux (ANJ), « Analyse annuelle du marché des jeux d'argent et de hasard en France - 2023 ». Ces chiffres étant fiables, puisque l'inscription à un site de poker demande une vérification d'identité.

accueillante⁸². Par comparaison, aux échecs, il y a près de 21% de joueuses licenciées en France, mais seulement 9% de femmes adultes jouant en compétition (licence A)⁸³. Cependant, à la différence des échecs, des femmes de haut niveau se sont distinguées au poker comme Vanessa Selbst qui a atteint la première place mondiale en 2014 au classement GPI (l'équivalent du classement elo aux échecs). Plus récemment, on peut aussi penser à Kristen Foxen qui atteint la quatrième place en 2020. Cela est à mettre en perspective avec les échecs, où la meilleure joueuse de l'histoire Judith Polgar⁸⁴ a été classée huitième mondiale en 2005 et où la triple championne du monde en titre, Ju Wenjun, est classée 338^{ème} au classement elo de juin 2024.

1.6 Conclusion

Pour conclure cette première partie, nous avons vu que l'histoire du poker est intimement liée à celle des jeux de cartes et d'argent en général. Des premières mentions d'un jeu de cartes en Chine en 1294 à leurs arrivées à de multiples endroits en Europe en 1377 (ou quelques années avant), les cartes ont parcouru un long chemin. Nous avons également exploré des jeux précurseurs du poker, tels que la prime et le brelan, qui partagent des similarités avec celui-là. A ces jeux les réactions du pouvoir établi n'ont pas été accueillantes. Pourtant, planant au-dessus des normes et des conventions sociales, certains de ses membres y ont joué et ont pu s'y ruiner. En analysant l'origine et le développement du poker, nous avons observé comment il s'est développé et a gagné en popularité au début des années 2000, en profitant de l'essor des tournois télévisés (permet par les *Hole Card Cam*), du jeu en ligne et de l'effet Moneymaker.

⁸² Jon Sofen, « The Muck: Why Don't More Women Play Poker? », PokerNews, 8 mai 2022, <https://www.pokernews.com/news/2022/05/women-poker-the-muck-41147.htm>; « Women Make up a Tiny Part of the Competitive Poker World. Here's Why. », *Las Vegas Review-Journal* (blog), 2 juillet 2021, <https://www.reviewjournal.com/sports/poker/women-make-up-a-tiny-part-of-the-competitive-poker-world-heres-why-2391898/>.

⁸³ FFE, « Effectifs détaillés au 11 juin 2024 - FFE », 11 juin 2024, <http://www.echecs.asso.fr/Default.aspx?Cat=55>.

⁸⁴ Nathaniel Green, « Meilleures joueuses d'échecs de tous les temps », Chess.com, 22 février 2021, <https://www.chess.com/fr/article/view/les-5-meilleures-joueuses-de-tous-les-temps>.

2 Une résolution du poker ?

Dans cette deuxième partie, nous abordons la question de la résolution du poker en explorant les contributions complémentaires de la théorie des jeux et de l'informatique. Si les jeux à information complète, comme les dames anglaises (résolues depuis 2007⁸⁵), sont désormais bien compris, les jeux à information incomplète demeurent plus complexes à étudier. S'intéresser à ces jeux présente plusieurs intérêts, et le poker, en tant que l'un des représentants les plus populaires, occupe une place centrale. Tout d'abord, l'analyse scientifique du poker permet de mieux comprendre les fondements mathématiques et stratégiques de ces jeux avec l'idée, comme le pensait Von Neumann, de mieux comprendre le réel. De plus, elle favorise le développement de nouvelles techniques en programmation et en intelligence artificielle, espérant révéler des principes applicables à d'autres domaines. Une sorte de preuve de concept.

Nous débutons par un aperçu historique de certaines contributions mathématiques appliquées au poker (section 2.1.1), avant d'examiner des concepts clés tels que l'équilibre de Nash (section 2.1.2) et l'importance du bluff (section 2.1.3). Ensuite, nous nous tournons vers les avancées en informatique qui ont permis de modéliser et de résoudre le poker (section 2.2). Nous définissons ce que signifie « résoudre un jeu » (section 2.2.1) et détaillons la feuille de route à employer pour aborder cette tâche dans le contexte du poker (section 2.2.2). Nous appliquons ensuite ces idées pour résoudre un jeu plus simple, le *jam-or-fold* (section 2.2.3), et examinons les progrès réalisés par les intelligences artificielles de poker entre 2015 et 2019 (section 2.2.4). Pour conclure, nous discutons des limites des *solvers* actuels et présentons une piste de recherche pour pouvoir les améliorer (section 2.2.5).

2.1 De la théorie mathématique...

2.1.1 Un peu d'histoire

Les stratégies au poker, comme d'autres jeux, reposent sur la théorie ... des jeux. Bien que de manière non exhaustive, explorons les travaux de quelques figures connus qui ont contribué, ou sont perçues comme ayant contribué, aux débuts de la théorie des jeux. C'est le cas d'Antoine Augustin Cournot (1801-1877), qui peut être vu par certains comme un des précurseurs de cette théorie⁸⁶, notamment par son analyse des duopoles en 1838⁸⁷. Il examine alors comment deux entreprises concurrentes déterminent leurs quantités de production pour maximiser leurs profits respectifs, conduisant ainsi à

⁸⁵ Jonathan Schaeffer et al., « Checkers Is Solved », *Science* 317, n° 5844 (14 septembre 2007): 1518-22, <https://doi.org/10.1126/science.1144079>.

⁸⁶ Giuseppe Palomba, « Introduction à l'œuvre de Cournot », *Économie appliquée* 37, n° 1 (1984): 97, <https://doi.org/10.3406/ecoap.1984.3999>.

⁸⁷ Antoine-Augustin (1801-1877) Auteur du texte Cournot, *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, 1838, chap. 7, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6117257c>.

un équilibre. Un siècle plus tard, en 1913, Ernst Zermelo (1871-1953) s'applique à étudier mathématiquement le jeu d'échecs et prouve un théorème d'existence. Appliqué aux échecs, le théorème déclare que, quelque que soit la manière de jouer des Blancs ou quelle que soit la manière de jouer des Noirs, soit les Blancs ont une stratégie pour gagner, soit les Noirs ont une stratégie pour gagner ou faire nul⁸⁸.

Quelques années plus tard, en 1938, très intéressé par les probabilités et leurs applications « l'importance de la théorie des probabilités tant dans la science pure que dans les techniques, tant dans la spéculation philosophique que dans la vie quotidienne, me paraît ne pouvoir être exagérée »⁸⁹, Émile Borel (1871-1956) publie le tome quatre de son colossal ouvrage *Traité du calcul des probabilités et de ses applications*. Dans celui-ci, entre autres, il analyse un jeu simplifié du poker à deux joueurs qu'il nomme « la relance »⁹⁰. Nommons Alice et Bob, les joueurs de ce jeu. Chacun reçoit un nombre uniformément distribué entre zéro et un, qu'ils connaissent sans le partager avec l'autre. Ils placent chacun une mise forcée de un, créant de cette manière un pot de deux. Ensuite, Alice choisit de miser ou de passer. Si elle passe, Bob gagne le pot. Si elle mise, Bob doit décider de payer la mise ou de se coucher. S'il se couche, Alice gagne le pot. S'il paie, le joueur avec le plus grand nombre remporte le pot. Il analyse donc ce jeu⁹¹ et prend en compte la possibilité de bluffer mais seulement avec des mains assez fortes. C'est un petit bémol, car dans le poker, de façon simplifiée, les mains moyennes vont *check* et seules les pires mains vont bluffs⁹². Quelques années plus tôt, en 1923 puis 1925, Émile Borel énonça le théorème du Minimax qui établit une stratégie optimale pour des jeux à somme nulle et le prouve pour $n = 3$ et $n = 5$ (n est le nombre de stratégies possibles)⁹³. Il ajoute en 1927 qu'il « serait intéressant » de le prouver pour tout n ou d'en donner un contre-exemple⁹⁴. Ce sera chose faite par Oskar Morgenstern (1902-1977) et John Von Neumann (1903-1957) dans leur livre *Theory of*

⁸⁸ Ulrich Schwalbe et Paul Walker, « Zermelo and the Early History of Game Theory », *Games and Economic Behavior* 34, n° 1 (1 janvier 2001): 123-37, <https://doi.org/10.1006/game.2000.0794>.

⁸⁹ Emile Borel « Supplément (1921) à la notice (1912) sur les travaux scientifiques de M. Emile Borel », cité dans M.-C. Bustamante, M. Cléry, et L. Mazliak, « Le Traité du calcul des probabilités et de ses applications: étendue et limites d'un projet borélien de grande envergure (1921-1939) », *North-Western European Journal of Mathematics* 1 (2015): 115.

⁹⁰ Émile Borel et Jean Ville, *Applications de la théorie des probabilités aux jeux de hasard*, Reproduction en fac-similé (Paris: J. Gabay, 2009), chap. 5.

⁹¹ Pour une reformulation plus moderne, voir Chris Ferguson et Thomas Ferguson, « On the Borel and von Neumann Poker Models », *Game Theory and Applications* 9 (1 janvier 2003).

⁹² Au poker, les mains moyennes n'ont, en général, pas d'intérêt à être misee. Si elles sont misees, l'adversaire va payer avec des mains plus fortes et se coucher avec des mains plus faibles. Alors que les mains très faibles vont perdre le coup dans tous les cas si elles sont *check*, il peut donc être intéressant, sous certaines conditions que nous allons voir, de miser en bluff.

⁹³ Émile Borel, « La théorie du jeu et les équations intégrales à noyau symétrique », *Comptes rendus de l'Académie des sciences* 173, n° 1301-1308 (1921): 58; Émile Borel, « Sur les jeux où interviennent le hasard et l'habileté des joueurs », *Association française pour l'avancement des Sciences*, n° 47e session (1923): 79.

⁹⁴ Émile Borel, « Sur les systèmes de formes linéaires à déterminant symétrique gauche et la théorie générale du jeu », *Comptes rendus de l'Académie des sciences* 184 (1927): 52-54.

Games and Economic Behavior (Théorie des jeux et comportements économiques) publié en 1944, qui, même s'ils n'étaient pas au courant des travaux de Borel⁹⁵, prouvèrent ce résultat pour tout n . Cet ouvrage de plus de 600 pages œuvre à apporter une approche rigoureuse de questions économiques et sociologiques, comme indiqué dans la préface⁹⁶. Selon le *New York Times*, ce livre a « fait sensation parmi les économistes professionnels »⁹⁷. Gageons que ce fût le cas également du public, puisque le journal a publié cet article en première page. Mais Von Neumann travaillait déjà sur ces questions depuis au moins 1926. Un article en allemand, de 1928, cherche à répondre à la question bien explicite : « n joueurs S_1, S_2, \dots, S_n jouent à un jeu de stratégie donné G . Comment un des participants, S_m , doit jouer pour obtenir le résultat le plus avantageux ? »⁹⁸. Terminons ce rapide tour d'horizon de l'histoire de la théorie des jeux par John Nash (1928-2015) qui, généralisant les idées de Cournot, conceptualisa dans les années 1950 la notion particulière et fondamentale d'équilibre de Nash.

2.1.2 Équilibre de Nash

L'équilibre de Nash est une situation dans un jeu où aucun des joueurs n'a intérêt à changer sa stratégie compte tenu du choix attendu des autres joueurs. C'est une description très générale qui peut s'appliquer à de nombreux domaines : en économie, en biologie, en politique, en informatique et dans bien d'autres disciplines où des interactions sont considérées. En biologie par exemple, l'équilibre de Nash a été utilisé pour mieux comprendre les dynamiques de population et les stratégies évolutives au sein d'écosystèmes complexes⁹⁹. Cet équilibre est nommé d'après John Nash qui l'a formulé dans sa thèse de doctorat publiée en 1950. Il a aussi démontré un théorème important qui garantit l'existence, dans tout jeu à n joueurs, d'un équilibre de Nash (avec stratégies mixtes)¹⁰⁰. Ces résultats et d'autres en théorie des jeux lui ont valu le prix Nobel d'économie en 1994.

Un exemple simple d'équilibre de Nash, est celui obtenu au jeu du pierre-feuille-ciseaux. La stratégie équilibrée et inexploitable est de jouer chaque coup avec probabilité $p = \frac{1}{3}$. Mais l'équilibre ainsi

⁹⁵ John Von Neumann et M. Fréchet, « Communication on the Borel Notes », *Econometrica* 21, n° 1 (1953): 124-27, <https://doi.org/10.2307/1906950>.

⁹⁶ John Von Neumann et Oskar Morgenstern, *Theory of Games and Economic Behavior*, 60th anniversary ed, Princeton Classic Editions (Princeton, N.J. ; Woodstock: Princeton University Press, 1944), v.

⁹⁷ Will Lissner, « Mathematical Theory of Poker Is Applied to Business Problems », *The New York Times*, 10 mars 1946, sect. Archives, <https://www.nytimes.com/1946/03/10/archives/mathematical-theory-of-poker-is-applied-to-business-problems-gaming.html>, « has caused a sensation among professional economists », ma traduction.

⁹⁸ John Von Neumann, « Zur Theorie der Gesellschaftsspiele », *Mathematische Annalen* 100 (1 décembre 1928): 295-320, <https://doi.org/10.1007/BF01448847>, « n Spieler, S_1, S_2, \dots, S_n , spielen ein gegebenes Gesellschaftsspiel G . Wie muß einer dieser Spieler, S_m , spielen, um dabei ein möglichst günstiges Resultat zu erzielen ? », ma traduction.

⁹⁹ Richard Dawkins, *Le Gène égoïste*, 0 edition (JACOB, 2003).

¹⁰⁰ John Nash, « Non-Cooperative Games », *Annals of Mathematics* 54, n° 2 (1951): 286-95, <https://doi.org/10.2307/1969529>.

obtenue n'est pas toujours optimal. Par exemple, on appelle dilemme du prisonnier une situation où deux individus, en l'absence de communication, doivent choisir entre coopérer ou trahir, sachant que la trahison mutuelle mène à un pire résultat pour les deux que la coopération mutuelle.

	B	
A	B se tait	B parle
A se tait	-1	0
A parle	-3	-2

Figure 5 : Matrice des gains des deux joueurs

Le tableau représente les gains et pertes associés aux choix des deux prisonniers, A et B, dans le dilemme du prisonnier. Si A et B se taisent, chacun reçoit une peine de -1. Si A se tait et B parle, A reçoit une peine de -3 et B est libéré. Si A et B parlent, les deux reçoivent une peine de -2. Si A pense que B se tait, A a intérêt à parler pour être libéré (0 ou au lieu de -1). Si A pense que B parle, A a aussi intérêt à parler pour subir une moins grande peine (-2 au lieu de -3). Le même raisonnement s'applique pour B. Ce qui fait que les deux prisonniers ont intérêt à trahir pour minimiser leur peine. C'est donc un équilibre de Nash. Mais ce n'est pas, dans cette situation, un équilibre optimal, car si les deux joueurs coopéraient ils auraient tous les deux une peine de -1, au lieu de -2 s'ils trahissent.

2.1.3 Pourquoi bluffer ?

Le non-initié peut avoir en tête le poker comme un jeu de bluff et peut associer celui-ci au mensonge. Les bons joueurs sauraient rester impassibles lorsqu'ils n'ont pas une bonne main et, au contraire, sauraient détecter la faiblesse dans le jeu de l'adversaire. On retrouve cette vision dans la série *Le Mentaliste* (Saison 7, épisode 7), où des personnages sont explicitement chargés de trouver des *tells** lors d'une partie. De même, dans *Casino Royale*, où James Bond croit détecter un *tell*, avant de se rendre compte qu'il s'est fait berné. Cependant, bien que certains joueurs, comme Davidi Kitai, se sont spécialisés dans la lecture de *tells*, beaucoup des meilleurs joueurs de poker n'y prêtent pas attention (notamment lors du jeu en ligne), ou, en tout cas, ne fondent pas leur raisonnement uniquement sur ces indices. Car le bluff n'est pas qu'une affaire d'instinct. Les mathématiques, et plus précisément la

Alice ait annoncé deux fois un 6 (même si ce n'est pas le cas). Mais donc, à partir de quelle fréquence Bob doit-il considérer que Alice bluff ? Et quelle est, si elle existe, la « bonne » fréquence de bluff¹⁰⁴?

Puisque le jeu est à somme nulle, on a que $\mathbb{E}[Alice] = -\mathbb{E}[Bob]$. On étudie donc par exemple l'espérance d'Alice. Notons b la fréquence de bluff (mise lorsqu'elle n'a pas de 6) d'Alice et $1 - b$ sa fréquence d'abandon lorsqu'elle n'a pas de 6. Notons également c la fréquence de *call* de Bob. On a b et c compris entre 0 et 1. On cherche à déterminer les stratégies de Alice et Bob (autrement dit déterminer b et c) tels qu'aucun des deux joueurs n'ait intérêt à changer celle-ci. En d'autres termes, on cherche les points d'annulation du gradient de la fonction $\mathbb{E}[Alice] : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. On a :

$$\mathbb{E}[Alice](b, c) = \frac{1}{6}(10c + 5(1 - c)) + \frac{5}{6}(-10bc + 5b(1 - c) - 5(1 - b))$$

Donc :

$$\mathbb{E}[Alice](b, c) = -\frac{25}{2}\left(b - \frac{1}{15}\right)\left(c - \frac{2}{3}\right) - \frac{25}{9}$$

Donc :

$$\nabla \mathbb{E}[Alice](b, c) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{15} \\ c = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Au point $(\frac{1}{15}, \frac{2}{3})$, les dérivées partielles de la fonction $\mathbb{E}[Alice]$ s'annulent, donc l'influence des stratégies des deux joueurs est neutralisée. Et l'espérance d'Alice est de $-\frac{25}{9}$ € (≈ -2.78 €) et donc celle de Bob est de $+\frac{25}{9}$ €. Aucun des deux joueurs n'a intérêt à changer de stratégie, au risque de se faire « exploiter » par son adversaire. Par exemple, si Alice choisi la stratégie de ne jamais bluffer ($b = 0$), alors Bob a tout intérêt à ne jamais payer ($c = 0$) et on sait alors que son espérance sera plus grande. En faisant le calcul, c'est bien ce que l'on obtient, une espérance pour Bob de $\frac{10}{3}$ € ≈ 3.33 €.

Si au lieu de considérer ce petit jeu de dé où le 6 l'emporte, on considère un jeu de cartes où il y a deux types de mains possibles : les bonnes mains et les mauvaises mains. Alice a une bonne main avec probabilité q et une mauvaise avec probabilité $1 - q$. On suppose $q \in]0; 1[$. Dans le jeu précédent, on avait $q = \frac{1}{6}$. On reprend les mêmes mises et les mêmes actions que précédemment, mais à présent, si

¹⁰⁴ Pour la résolution d'un problème plus général et plus orientée théorie des jeux, voir Renaud Bourlès et Dominique Henriët, « Théorie des jeux », Support de cours de l'École Centrale de Marseille, 2017, http://renaud.bourles.perso.centrale-marseille.fr/Cours/Theorie_des_jeux.pdf.

Alice a une bonne main, elle gagne, et si elle mise, que Bob paye et qu'elle a une mauvaise main, elle perd. Cette fois-ci,

$$\mathbb{E}[Alice](b, c) = q(10c + 5(1 - c)) + (1 - q)(-10bc + 5b(1 - c) - 5(1 - b))$$

Et :

$$\forall \mathbb{E}[Alice](b, c) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = \min\left(\frac{q}{3(1 - q)}, 1\right) \\ c = \frac{2}{3} \end{cases}$$

A partir de $q = \frac{3}{4}$, donc une fraction importante de bonne main, il devient rentable pour Alice de miser tout le temps ($b = 1$) et Bob ne peut pas exploiter cela. On remarque aussi quelque chose d'intéressant, la valeur de c ne dépend pas du paramètre q . Elle ne dépend que de la taille du pot (10€ dans notre énoncé) et de la taille de la relance d'Alice (5€). La taille du pot ne peut pas être changé *a posteriori*, mais, en revanche, si Alice a la possibilité de miser le montant qu'elle souhaite (ce qui est le cas dans le *Texas Hold'em No Limit*), elle peut modifier la fréquence de *call* optimale de son adversaire. Considérons à présent un pot de taille 1 et appelons m la valeur de la mise d'Alice rapportée à la taille du pot (m peut être arbitrairement grand). Dans le jeu précédent $m = 1/2$ (car la mise était de 5€). Sachant qu'elle a misé m , on a :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[Alice](b, c) &= q\left(\frac{1 + 2m}{2}c + \frac{1}{2}(1 - c)\right) \\ &+ (1 - q)\left(b\left(-\frac{1 + 2m}{2}c + \frac{1 + 2m}{2}(1 - c)\right) - \frac{1}{2(1 - b)}\right) \end{aligned}$$

Donc

$$\mathbb{E}[Alice](b, c) = b(1 - q) + cmq + bc(q - 1)(1 + m) + q - \frac{1}{2}$$

Donc :

$$\forall \mathbb{E}[Alice](b, c) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = \min\left(\frac{mq}{(1 + m)(1 - q)}, 1\right) \\ c = \frac{1}{1 + m} \end{cases}$$

On remarque que plus la mise d'Alice m est importante, moins Bob « doit » payer en théorie. Et inversement, si Alice mise très peu, Bob est « sensé » payer quasiment tout le temps. C'est donc Alice, qui part la taille de sa mise, contraint théoriquement Bob a payé une plus ou moins grande partie du

temps. Mais elle n'est pas libre de décider la taille de sa mise à sa guise. Cela dépend de q , sa fréquence de bonnes mains, par rapport aux mauvaises mains. Lorsque $q \geq \frac{m+1}{2m+1}$, il devient alors avantageux pour Alice de toujours miser ($b = 1$). Traçons la fonction qui donne la taille de la mise à l'équilibre, en fonction de la fréquence de bluff.

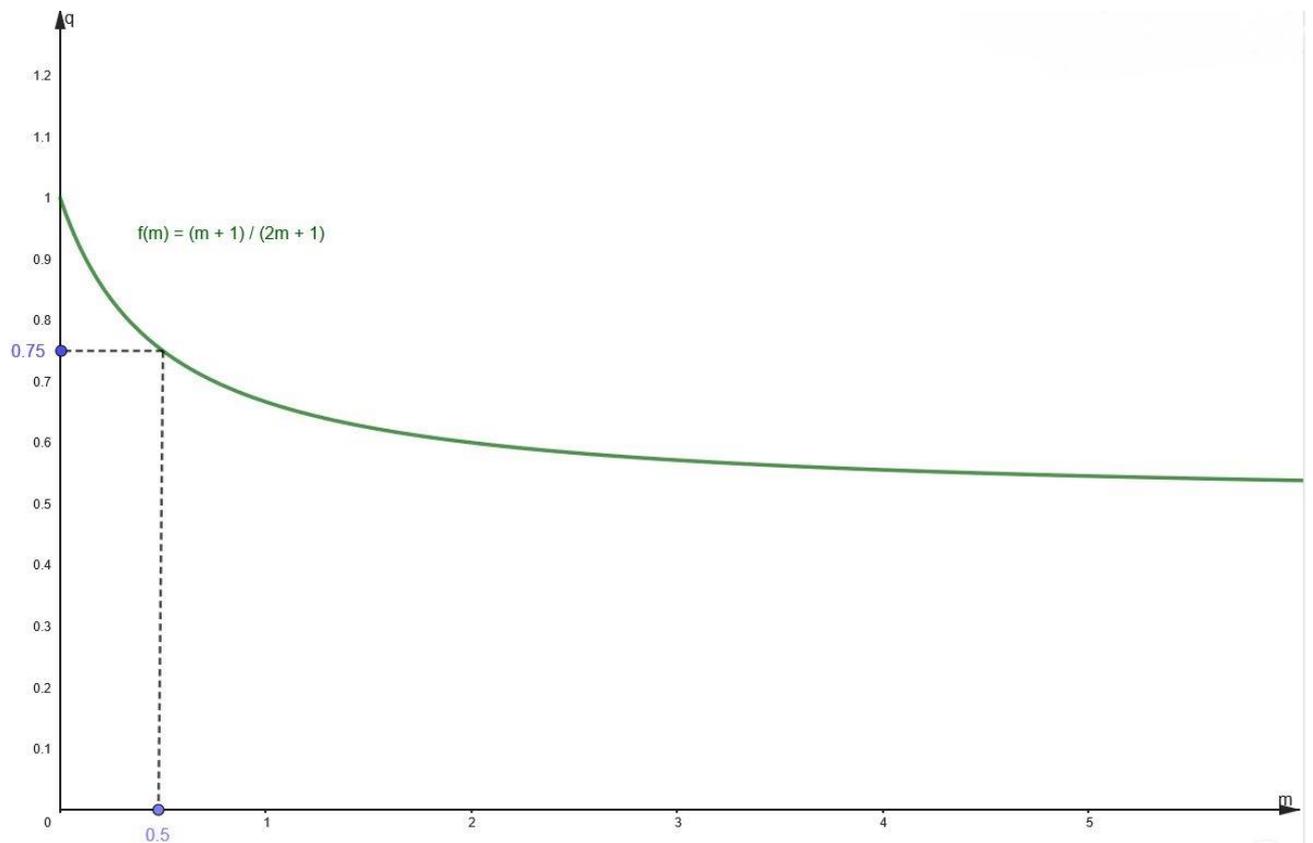


Figure 7 : Taille de la mise en fonction de la fréquence de bluff

Par exemple, pour miser 50% de la taille du pot profitablement, il faut que, parmi les mains qui misent, il y ait trois bonnes mains pour une mauvaise main. Ainsi, on a qu'une mise petite ne doit pas comporter beaucoup de bluff et que plus on augmente la mise, plus on tend vers le ratio d'un bluff pour une bonne main. Au travers de cette étude d'un jeu simplifiée, nous avons donc compris que bluffer n'est pas « une question de psychologie, mais un résultat de la théorie des jeux »¹⁰⁵.

Le principe du bluff au poker repose sur des concepts similaires. Pour qu'un joueur puisse bluffer de manière profitable, il doit inclure dans son éventail de mains possibles (appelée *range*) des mains fortes. Ses mains faibles ne doivent pas être trop nombreuses par rapport à sa *range* global, car il doit être crédible. De plus, il ne doit pas miser trop peu, au risque de donner à l'adversaire des côtes trop favorables pour suivre (par exemple, une mise de 1 dans un pot de 100 incite fortement l'adversaire à

¹⁰⁵ Jean-Paul Delahaye, *Les mathématiciens se plient au jeu: du poker à l'origami, 20 enquêtes ludiques*, Bibliothèque scientifique (Paris: Belin, 2017), 20.

suivre, puisqu'il peut espérer gagner le coup au moins une fois sur 102). Cependant, il y a des différences et des limites à l'analogie avec ce jeu simplifié. Barrault et Verescon notent que le poker, en tant que jeu avec une part de hasard et une part d'habileté, favorise « les biais d'attribution, les pertes étant attribuées à la malchance et les gains à l'habileté du joueur »¹⁰⁶. Patrick Bruel a, par exemple, indiqué croire aux « cycles de chance » et avoir peur d'avoir de « très bonnes cartes dans un mauvais cycle »¹⁰⁷. Les joueurs ne sont donc pas, comme supposé en théorie des jeux, rationnels. Ils sont influencés par toutes sortes de biais (erreur du parieur, illusion des séries, coût irrécupérable, biais de confirmation...), mais aussi par des émotions (colère, frustration, peur...) et d'autres facteurs (fatigue, stress, bruit...) qui altèrent leurs jugements. Au-delà de ces limites, il est difficile d'estimer la meilleure stratégie, pour soi ou pour l'adversaire, à adopter dans une situation donnée. Comment les programmes jouant au poker font d'ailleurs ? Où trouve-t-on les stratégies « correctes » à adopter ?

2.2 ... à l'informatique

2.2.1 Qu'est-ce que résoudre un jeu ?

En reprenant ici la terminaison utilisée par Louis Victor Allis¹⁰⁸, distinguons trois types de résolutions de jeux.

- Une résolution ultra-faible : il a été déterminé le résultat d'un jeu (généralement, gagnant, perdant ou nulle). C'est-à-dire que, peu importe les coups de l'adversaire, le joueur qui commence peut obtenir ce résultat. Par exemple, le jeu de Hex fait partie de cette catégorie : on sait qu'il existe une stratégie gagnante pour le premier joueur, mais sans connaître laquelle (pour un tablier au moins de 9x9)¹⁰⁹.
- Une résolution faible : pour la ou les position(s) de départ, il a été déterminé non seulement le résultat d'un jeu, mais aussi une stratégie pour y parvenir (dans des limites de calcul raisonnables¹¹⁰). Par exemple, les dames anglaises ont été faiblement résolu en 2007¹¹¹.
- Une résolution forte : pour toutes les positions possibles, il a été déterminé une stratégie qui conduit au meilleur résultat possible (là aussi, dans des limites de calcul raisonnables). Par

¹⁰⁶ Barrault et Varescon, « Le poker : pratiques normales et pathologiques ».

¹⁰⁷ Sports.fr, « Patrick Bruel: "Le poker est un sport" ».

¹⁰⁸ Louis Victor Allis, *Searching for Solutions in Games and Artificial Intelligence* (Wageningen: Ponsen & Looijen, 1994), p7-8.

¹⁰⁹ Broderick Arneson, Ryan B. Hayward, et Philip Henderson, « Solving Hex: Beyond Humans », in *Computers and Games*, éd. par H. Jaap van den Herik, Hiroyuki Iida, et Aske Plaatt (Berlin, Heidelberg: Springer, 2011), 1-10, https://doi.org/10.1007/978-3-642-17928-0_1.

¹¹⁰ Si l'on connaît un algorithme pour résoudre un jeu mais qu'il nécessite une puissance de calculs trop grande pour nos machines, ce n'est pas utile en pratique.

¹¹¹ Schaeffer et al., « Checkers Is Solved ».

exemple, le morpion sur une grille de 3x3 est fortement résolu : la majorité des positions sont nulles, mais si l'adversaire fait une erreur, il existe une stratégie pour gagner.

Que cela donne-t-il au poker ? Au poker, une résolution ultra-faible voudrait dire avoir un énoncé du type, à une variante de poker et un nombre de joueur à la table fixé, « l'espérance du joueur au bouton est de +5 », mais pas de stratégie expliquant les actions à effectuer avec les cartes. Cette résolution n'a donc de sens qu'à condition que l'on ne considère qu'un côté. Par exemple aux échecs, de ne considérer que les Blancs. Ou au poker, de ne considérer qu'une position, la *Big Blind* par exemple. Car sinon, si les positions sont alternées, l'espérance est trivialement de zéro (l'espérance positive d'une position est compensée par l'espérance négative d'une autre). Dans tous les cas, il n'existe pas d'énoncé de ce type au poker ayant été obtenu autrement que par une résolution faible ou forte. Sauf que, une résolution faible ou forte telle que nous l'avons défini n'a pas beaucoup de sens au poker. En effet, l'ordre de grandeur du nombre de mains possibles en NLHU est de 10^{160} . A mettre en perspective avec le nombre de particules dans l'univers observable, 10^{80} , ou le nombre de parties d'échecs possibles, 10^{120} . Donc, une stratégie au poker ne peut pas être obtenue par un calcul simple comme au jeu du *Pad Bluff*, et donc elle ne peut pas être exacte. Il y a des jeux où l'équilibre de Nash ne conduit pas à avoir une EV positive¹¹². C'est le cas par exemple au pierre-feuille-ciseau. Mais, dans des jeux plus compliqués, en jouant une stratégie au plus proche de l'équilibre de Nash, l'adversaire va faire des erreurs et va donc perdre des jetons. Il s'agit donc de mettre en place un algorithme qui approxime un équilibre de Nash, dont on est sûr de l'existence dans le cadre d'un jeu fini. Il faut aussi prendre en compte les erreurs inévitables et le temps de calculs nécessairement fini. Ceci, tout en garantissant que les algorithmes soient robustes à des stratégies, parfois alambiquées, utilisées par les joueurs.

Dès lors, en reprenant la terminologie de Bowling et al.¹¹³, définissons un ε -équilibre de Nash comme un ensemble de stratégies presque à l'équilibre où chaque joueur ne peut augmenter son gain que d'un facteur au plus ε . Dans les jeux à information incomplète, trouver un ε -équilibre de Nash revient à avoir déterminé la stratégie pour résoudre le jeu. C'est pourquoi nous définissons donc une résolution essentiellement faible comme le résultat d'un ε -équilibre de Nash (pour la ou les position(s) de départ), avec ε très petit tel qu'il soit, aux échelles de grandeur humaine, indiscernable de zéro. De même, une résolution essentiellement forte est la même chose, mais la stratégie trouvée s'applique à toutes les positions possibles.

¹¹² *Expected Value* (espérance mathématique). Ce qu'il est attendu d'obtenir si l'on répète l'expérience un grand nombre de fois. On dit qu'une action est EV+ si l'espérance est positive.

¹¹³ Michael Bowling et al., « Heads-up limit hold'em poker is solved », *Science* 347, n° 6218 (9 janvier 2015): 145-49, <https://doi.org/10.1126/science.1259433>.

2.2.2 Comment résoudre le poker ?

Nous avons vu précédemment le théorème, démontré par John Nash, qui affirme que tout jeu fini possède au moins un équilibre de Nash. Il « suffit » donc de le trouver pour essentiellement résoudre ce jeu. Présentons comment fonctionne un *solver*, c'est-à-dire un logiciel qui permet de résoudre une situation précise au poker. L'idée générale est d'approximer un équilibre de Nash en itérant des stratégies qui convergent vers celui-ci.

Pour commencer, définissons le regret comme la différence entre l'EV de l'action d'un joueur (*check*, *call*, *fold*...) et l'EV de sa stratégie (*check* avec proba p_1 , *fold* avec proba p_2 , ...). Par exemple, si la stratégie μ_0 d'un joueur est, avec une main donnée, de faire *all-in* 1/3, *check* 1/3 et *fold* 1/3. Et supposons que l'espérance de faire *all-in* est de +2 et celle de *check* est de +1. L'EV de *fold* étant toujours de 0, alors cette stratégie μ_0 a une EV de : $EV[\mu_0] = \frac{1}{3} * 2 + \frac{1}{3} * 1 + \frac{1}{3} * 0 = 1$. Donc le regret d'*all-in* est de $2 - 1 = 1$, celui de *check* est de $1 - 1 = 0$ et le regret de *fold* est de $0 - 1 = -1$. Il est profitable de réduire le regret, car cela permet donc d'obtenir une espérance plus grande. Mais il ne faut pas le réduire n'importe comment. Après tout, pourquoi ne pas faire *all-in* tout le temps si c'est l'action qui a la meilleure EV ? Dans ce cas-là, l'adversaire a tout intérêt à toujours payer, puisque cela réduirait à aussi son regret. Mais donc le joueur A a intérêt à ne jamais bluffer. Donc le joueur B a ne jamais payer. Donc le joueur A a intérêt à toujours miser. Donc... C'est une boucle qui ne permet pas de converger vers l'équilibre de Nash.

Présentons l'algorithme CFR (*Counterfactual Regret Minimization*)¹¹⁴ qui permet d'éviter cet écueil. Publié en 2007, ses idées sont utilisées dans la majorité des IA de poker. Il réduit le regret en mettant à jour, à chaque itération, les fréquences d'actions. Plus précisément, pour chaque action, sa fréquence devient $\frac{\text{regret de l'action}}{\text{somme des regrets positifs}}$ (ou fréquence uniforme si la somme des regrets est nulle). En reprenant l'exemple précédent, pour l'action *all-in*, la nouvelle fréquence sera de $\frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$, *check* sera jouée avec une fréquence $\frac{1}{2+1} = \frac{1}{3}$ et *fold* deviendra une action jamais utilisée. La nouvelle EV de la stratégie μ_1 est de : $EV[\mu_1] = \frac{2}{3} * 2 + \frac{1}{3} * 1 + 0 * 0 = \frac{5}{3}$. Cette stratégie a donc une meilleure EV que la stratégie μ_0 . On continue ainsi de suite, en itérant cet algorithme jusqu'à ce que l'on soit assez proche d'un équilibre de Nash.

Nous pouvons à présent décrire le fonctionnement d'un *solver*. On commence par assigner à chaque joueur une stratégie aléatoire : chaque coup est joué avec probabilité $1/n$ où n est le nombre de coups

¹¹⁴ Martin Zinkevich et al., « Regret minimization in games with incomplete information », in *Proceedings of the 20th International Conference on Neural Information Processing Systems, NIPS'07* (Red Hook, NY, USA: Curran Associates Inc., 2007), 1729-36.

possibles. Pour chaque main jouée, on calcule le regret du joueur A face à la stratégie de B. On change la stratégie de A pour minimiser le regret par l'algorithme CFR. On fait la même chose pour le joueur B. Puis, on répète ces opérations jusqu'au moment où les stratégies ne changent plus : c'est l'équilibre de Nash. En pratique, on s'arrête lorsqu'on est « assez proche » de l'équilibre, car, sauf à considérer des modèles simples, on ne l'atteint jamais. C'est-à-dire lorsque les stratégies considérées sont très peu exploitables¹¹⁵. Car calculer ces solutions peut demander beaucoup de puissances de calculs (il faut optimiser des arbres de l'ordre de dizaines de millions de nœuds). La figure suivante représente l'évolution des stratégies dans une situation où les *ranges* sont fines (BTN vs CO pot 3bet).

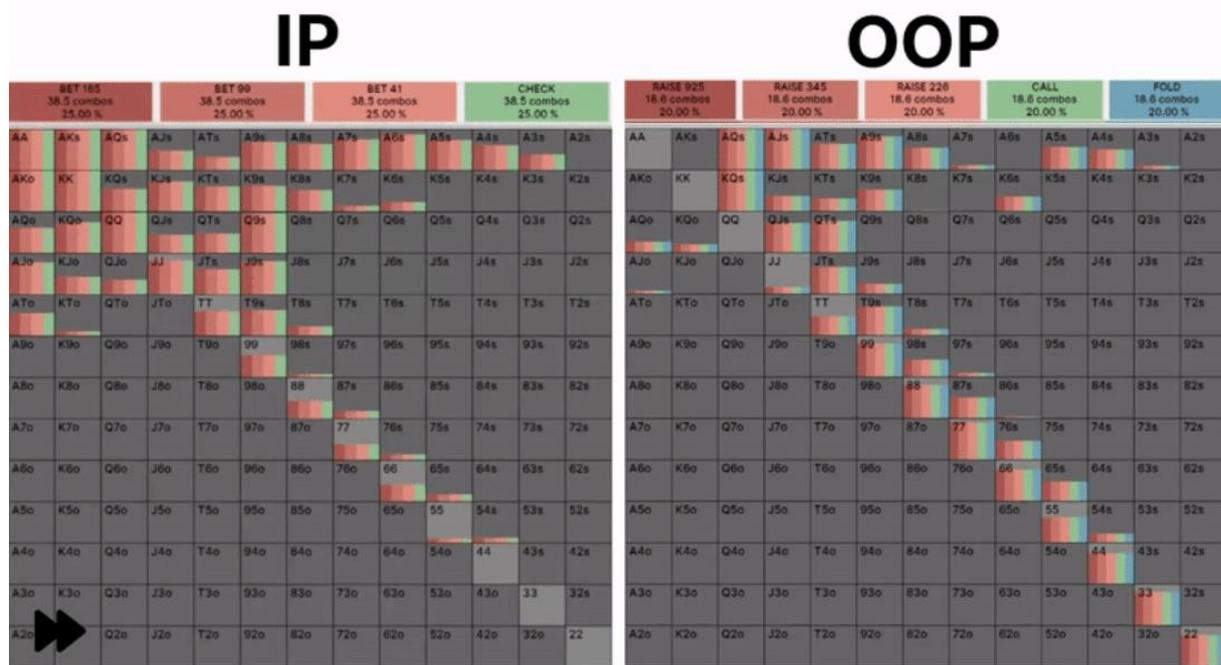


Figure 8 : Animation accéléré (x120) de l'évolution des stratégies de deux joueurs sur Pio Solver. Le joueur OOP¹¹⁶ subit une mise de 75% pot. Source : GTOWizard¹¹⁷.

Un *solver* peut donc résoudre n'importe quelle situation au poker. Cependant, le temps de traitement requis peut demander une puissance de calcul très élevée, allant jusqu'à plusieurs centaines de Go de RAM pour certains calculs *pré-flop*. Or, prendre plusieurs minutes, voir plus, pour chaque décision (il peut y en avoir dix par mains) serait trop coûteux. Avant de voir comment les informaticiens ont pu surmonter ces contraintes, examinons un jeu moins complexe. Car, comme il est habituel en mathématiques, il est préférable de commencer par résoudre les cas les plus simples avant d'aborder les cas plus difficiles.

¹¹⁵ Typiquement lorsque l'exploitation maximale possible (le pire cas) est de l'ordre de 0.2-0.3% du pot.

¹¹⁶ *Out Of Position*. Se dit du joueur qui parle en premier.

¹¹⁷ Tombos21 et G. T. O. Wizard, « What Is GTO in Poker? », *GTO Wizard* (blog), 16 mai 2022, <https://blog.gtowizard.com/what-is-gto-in-poker/>.

2.2.3 Le jeu du *jam-or-fold*

Examinons les stratégies mises en place pour essentiellement résoudre le jeu du *jam-or-fold* à deux joueurs au Texas Hold'em. Les règles sont simples. Le joueur en SB ne peut faire que *jam* (*all-in*) ou passer. Tandis que le joueur en BB ne peut que payer ou passer, lorsque SB mise tous ses jetons. Comment déterminer avec quelles mains faire quelles actions ? Cela dépend du *stack effectif*¹¹⁸ des joueurs. Si les joueurs ont chacun devant eux un tapis¹¹⁹ très grand devant le montant de la BB, il est intuitif qu'il est inintéressant d'*all-in* beaucoup de mains¹²⁰. De même, le joueur en BB ne doit pas *call* beaucoup. Le jeu n'est alors pas très riche. Mais maintenant, si le *stack effectif* est de 1,1 et que la BB est de 1, alors il est aussi intuitif qu'il faut *all-in* toutes ses mains, car le montant du pot est grand devant son tapis¹²¹. Mais, pour un tapis ni « trop grand », ni « trop petit », comment faire ? Commençons par partitionner en trois les mains possibles : les paires, les mains *suited* et les mains *offsuited*. Une paire est constituée de deux cartes de même valeur. Une main *suited* (assortie) est une main où les deux cartes sont de la même couleur. Tandis qu'une main *offsuited* (dépareillée) comporte deux cartes de couleurs différentes. *A priori*, avoir un as de cœur et un roi de trèfle plutôt qu'un as de pique et un roi de carreau ne change pas grand-chose. Mais, ce n'est pas pareil que d'avoir un as de pique et un roi de pique, car cette dernière main peut faire une couleur, donc est plus forte.

¹¹⁸ Plus petit stack entre les joueurs dans une main. C'est le nombre de jetons véritablement en jeu. Par exemple, si deux joueurs sont dans une main, que le joueur A a 80bb et le joueur B 50bb. Le *stack effectif* est donc, dans cette main, de 50bb.

¹¹⁹ Représente le nombre de jetons. Par exemple, faire tapis, c'est engager tous ses jetons. Synonyme de stack.

¹²⁰ À partir de 832bb, c'est uniquement la paire d'as qu'il devient rentable de jouer pour les deux joueurs.

¹²¹ Voir, pour les calculs, Bill Chen et Jerrod Ankenman, *The mathematics of poker*, 1st ed (Pittsburgh, Pa: ConJelCo LLC, 2006), 131-35.

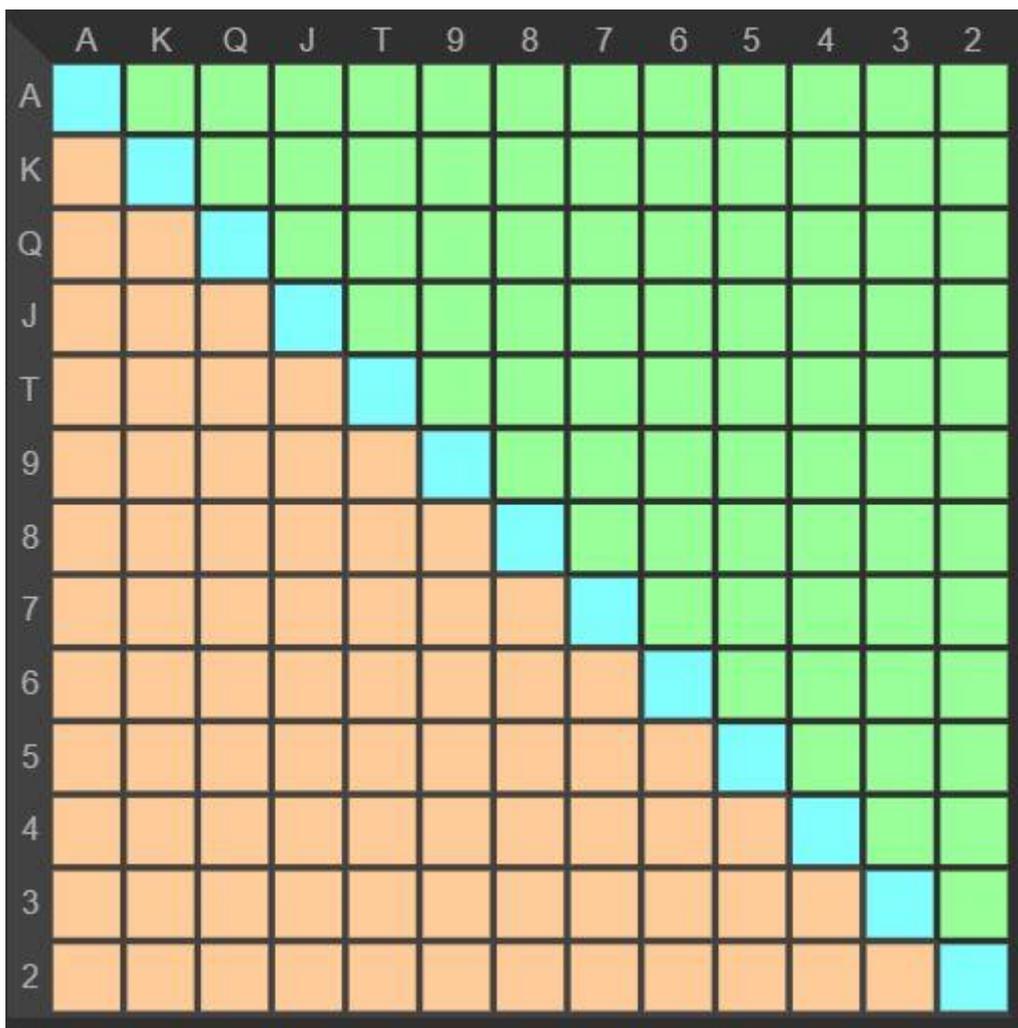


Figure 9 : En bleu les paires, en vert les mains suited et en marron les mains offsuited. A pour as, K pour roi (king), Q pour dame (queen), J pour valet (jack), T pour 10 (ten). Source : Narada Maugin avec Range Manager.

Une fois ceci fait, on obtient 169 types de mains différentes¹²². A partir de là, plusieurs solutions sont possibles. Première solution, où l'on suppose que l'on dispose d'un classement ordonné (de 1 à 169, où 1 représente une paire d'as) des meilleurs types de mains. Alors, pour tous types de main i , on calcule l'équité¹²³ de jam contre tous les autres types de mains. Cela fait 169×169 calculs. Et au tableau résultant, on applique l'algorithme du minimax pour déterminer les points-selles et donc l'équilibre de Nash. Cependant, cette méthode demande de disposer qu'un classement ordonné des mains, ce qui est discutable, car une main n'est jamais pire qu'une autre dans l'absolue¹²⁴. Si l'on ne souhaite pas considérer un tel tableau en paramètre, on peut procéder autrement. Il s'agit alors d'utiliser la

¹²² Chaque couleur comporte 13 cartes. L'on joue à deux cartes, donc il y a $13 \times 13 = 169$ types de mains possibles.

¹²³ Pourcentage de chance de gagner de telle main contre telle autre pré-flop. Par exemple, une paire d'as a environ 80% d'équité contre une paire de cinq.

¹²⁴ Par exemple, 72o est considérée comme la pire main, notamment parce qu'elle n'a pas la possibilité de faire de suite ou de couleur, pourtant elle bat 32o. Autre exemple, A5s est plus faible que AKs, mais pourtant, contre AA, A5s a 13,3% d'équité, contre 12,1% pour AKs.

technique du « *fictitious play* » (jeu fictif)¹²⁵. C'est un processus itératif qui, partant d'une stratégie initiale, va converger, sous certaines hypothèses, vers un équilibre de Nash. On peut définir la stratégie du joueur A par une suite $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$ où S_0 est donné et :

$$\forall n \in \mathbb{N}, S_{n+1} = m_n S_n + (1 - m_n) U_n$$

Avec $(m_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite de poids qui converge vers 0 (comme la somme partielle de la série harmonique). Et avec $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ qui est la stratégie dont le terme général à l'étape n exploite le plus la stratégie du joueur B à l'étape $n - 1$. Par exemple, dans le jeu du *Pad Bluff*, si Bob choisit, au n -ième tour, la stratégie de *call* 100%, alors U_{n+1} sera la stratégie qui consiste en ne jamais bluff. En toute généralité, (S_n) n'a pas de raison de converger, mais dans le jeu du *jam-of-fold*, ça sera le cas¹²⁶. Et donc, on peut arriver à produire des tableaux qui permettent de décrire, précisément, à partir de quel

¹²⁵ Chen et Ankenman, *The mathematics of poker*, 131.

¹²⁶ Chen et Ankenman, 135-36.

montant de tapis il devient EV+ (i.e mathématiquement rentable) de *push* et de *call*. C'est le cas du tableau ci-dessous.

Pusher													
	A	K	Q	J	T	9	8	7	6	5	4	3	2
A	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+
K	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	19.9	19.3
Q	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	16.3	13.5	12.7
J	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	18.6	14.7	13.5	10.6	8.5
T	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	11.9	10.5	7.7	6.5
9	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	14.4	6.9	4.9	3.7
8	20+	18.0	13.0	13.3	17.5	20+	20+	20+	20+	18.8	10.1	2.7	2.5
7	20+	16.1	10.3	8.5	9.0	10.8	14.7	20+	20+	20+	13.9	2.5	2.1
6	20+	15.1	9.6	6.5	5.7	5.2	7.0	10.7	20+	20+	16.3	*	2.0
5	20+	14.2	8.9	6.0	4.1	3.5	3.0	2.6	2.4	20+	20+	**	2.0
4	20+	13.1	7.9	5.4	3.8	2.7	2.3	2.1	2.0	2.1	20+	***	1.8
3	20+	12.2	7.5	5.0	3.4	2.5	1.9	1.8	1.7	1.8	1.6	20+	1.7
2	20+	11.6	7.0	4.6	2.9	2.2	1.8	1.6	1.5	1.5	1.4	1.4	20+

Figure 10 : Range d'all-in à l'é-équilibre de Nash, en fonction du tapis. Dans chaque case est indiqué le montant à partir duquel il est EV+ de faire all-in. Source : HoldemResources¹²⁷

En marron sont les types de mains *offsuited*, en bleu sont les paires et en vert sont les mains *suited*. Est inscrite sur la case à partir de quel *stack effectif* il devient mathématiquement fructueux de faire *all-in*. Par exemple, si l'on a un 9 et un 6 dépareillé, c'est EV+ d'*all-in* à 5.2bb de *stack effectif* ou en-dessous et, au-dessus de ce seuil, c'est un *fold*. Quelques mains (63s, 53s, 43s) se distinguent, car elles sont *jam* de manière particulière (figure suivante).

¹²⁷ « HeadsUp Push/Fold Nash Equilibrium - HoldemResources.net », consulté le 4 juillet 2024, <https://www.holdemresources.net/hune>.

Suited	* 63s: 7.1 - 5.1, 2.3
Offsuit	** 53s: 12.9 - 3.8, 2.4
Pockets	*** 43s: 10.0 - 4.9, 2.2

Figure 11 : Mains particulières dans la range d'all-in. Source : HoldemResources¹²⁸.

63s est jam entre 5,1 et 7,1bb de *stack effectif* et en-dessous de 2,3bb. La raison étant que, pour simplifier, 63s a une équité décente contre un *range* fort mais que, comme plus le tapis est faible, plus l'adversaire va *call*, et notamment avec des mains qui dominent 63s, comme 76o. Cela ne devient alors pas rentable de faire *all-in* avec cette main en 2,3 et 5,1bb.

Caller													
	A	K	Q	J	T	9	8	7	6	5	4	3	2
A	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+	20+
K	20+	20+	20+	20+	20+	20+	17.6	15.2	14.3	13.2	12.1	11.4	10.7
Q	20+	20+	20+	20+	20+	16.1	13.0	10.5	9.9	8.9	8.4	7.8	7.2
J	20+	20+	19.5	20+	18.0	13.4	10.6	8.8	7.0	6.9	6.1	5.8	5.6
T	20+	20+	15.3	12.7	20+	11.5	9.3	7.4	6.3	5.2	5.2	4.8	4.5
9	20+	17.1	11.7	9.5	8.4	20+	8.2	7.0	5.8	5.0	4.3	4.1	3.9
8	20+	13.8	9.7	7.6	6.6	6.0	20+	6.5	5.6	4.8	4.1	3.6	3.5
7	20+	12.4	8.0	6.4	5.5	5.0	4.7	20+	5.4	4.8	4.1	3.6	3.3
6	20+	11.0	7.3	5.4	4.6	4.2	4.1	4.0	20+	4.9	4.3	3.8	3.3
5	20+	10.2	6.8	5.1	4.0	3.7	3.6	3.6	3.7	20+	4.6	4.0	3.6
4	18.3	9.1	6.2	4.7	3.8	3.3	3.2	3.2	3.3	3.5	20+	3.8	3.4
3	16.6	8.7	5.9	4.5	3.6	3.1	2.9	2.9	2.9	3.1	3.0	20+	3.3
2	15.8	8.1	5.6	4.2	3.5	3.0	2.8	2.6	2.7	2.8	2.7	2.6	15.0

Figure 12 : Range de call à l'équilibre de Nash, en fonction du tapis. Dans chaque case est indiqué le montant à partir duquel il est EV+ de faire payer un all-in. Source : HoldemResources¹²⁹.

¹²⁸ « HeadsUp Push/Fold Nash Equilibrium - HoldemResources.net ».

¹²⁹ « HeadsUp Push/Fold Nash Equilibrium - HoldemResources.net ».

Pour être tout à fait précis, peu importe la méthode employée, le calcul résultant ne peut être qu'une approximation de l'équilibre de Nash. Approximation assez proche, mais approximation quand même. Et les tableaux de cette sorte sont des simplifications de cette approximation, car d'autres mains que 43s, 53s et 63s se comportent de cette manière et le nombre de BB à partir duquel il devient rentable de *jam* a été arrondi au dixième. Pour ces raisons, et malgré l'utilisation de ce genre de tableaux par les joueurs professionnels, le jeu n'est pas fortement résolu, mais essentiellement fortement résolu. Car en pratique, ces tableaux sont utiles et utilisés par les joueurs professionnels, surtout pour les situations avec peu de tapis effectif¹³⁰, lorsque *limp* ou relancer devient moins important.

2.2.4 Avancés des IA de poker : 2015-2019

Nous nous intéressons à une courte période, celle allant de 2015 à 2019, car des progrès considérables ont eu lieu. Si les informaticiens s'intéressent au poker depuis au moins la fin des années 90¹³¹, les programmes développés étaient loin du niveau humain. Or, en 2015 le jeu en *limit* en HU a été résolu jusqu'à 2019 où une IA a battu certains des meilleurs joueurs humains en *6-max* (6 joueurs à table) *no limit*. Examinons comment ces progrès se sont déroulés et sur quels mécanismes se sont-ils appuyés.

Une grande avancée eût donc lieu en 2015, lorsqu'une équipe de l'université d'Alberta au Canada a essentiellement faiblement résolu le *Texas Hold'em limit* en *Heads-Up* (LHU)¹³². Cette variante est jouée avec des mises limités et à deux joueurs. Dans ces conditions, le jeu offre 10^{14} possibilités (10^{13} une fois les symétries considérées), ce qui est considérablement moins qu'aux échecs, mais, le jeu étant à information incomplète, cela représente un défi. C'est la première fois que fût résolu un jeu à information imparfaite de cette taille à l'aide d'une machine. Pour ce faire, *Cepheus* s'est entraîné contre lui-même pendant deux mois en jouant six milliards de mains chaque seconde. En utilisant une amélioration de l'algorithme CFR, *Cepheus* a appris à jouer et a corrigé ses erreurs pour devenir presque invincible. Le presque est de rigueur, mais ses erreurs sont, en pratique, inexploitable. Le jeu en *limit* était moins populaire que le NL, mais suite à ces travaux, cette variante n'est aujourd'hui plus jouée.

Après ces résultats, la prochaine étape des programmeurs de *bots* de poker fût le jeu en NL. Rappelons que cette version est beaucoup plus complexe que le *limit* (de l'ordre de 10^{160} états possibles), ce qui rend impossible, au moins dans l'immédiat, à cause de manque de puissances de calcul, d'essentiellement résoudre cette variante. Les algorithmes développés ne s'approchent pas de

¹³⁰ Disons qu'à partir de 10bb effectif, la range de *call* (presque) optimale peut être utile. Et la range de *jam* peut l'être en-dessous de 5bb. Au-dessus, d'autres tableaux donnent d'autres options, comme *limp* principalement.

¹³¹ Billings et al., « The challenge of poker ».

¹³² Bowling et al., « Heads-up limit hold'em poker is solved ».

l'équilibre de Nash, ils cherchent « juste » à battre les meilleurs joueurs humains. *DeepStack*¹³³ est un programme de poker développé par la même équipe que *Cepheus* enrichie de contributions d'autres chercheurs fin 2016. Ce *bot* utilise aussi l'algorithme CFR et y développe une certaine forme d'intuition entraînée avec des techniques de *deep learning*. Il ne considère pas chaque main comme étant indépendante, et, parce que cela demanderait trop de puissance de calcul, c'est en jouant qu'il détermine ses décisions ; il n'a pas tout calculé à l'avance. Ce *bot* fut le premier à battre une quarantaine de joueurs professionnels en NLHU avec un impressionnant *winrate* (taux de réussite) de 49bb/100 sur près de 45 000 mains. Ce qui veut dire qu'en espérance, *DeepStack* gagne 49bb toutes les 100 mains. Un bon joueur va tourner autour de 6bb/100. Un joueur ni perdant ni gagnant va donc être à 0bb/100 et les joueurs perdants en-dessous. On peut néanmoins regretter que les joueurs n'eussent pas un enjeu financier important, qu'ils n'ont pas tous joué le jeu¹³⁴ et qu'ils n'étaient pas parmi les plus forts représentants humains. Un autre programme sorti quelques semaines plus tard va balayer ces objections et obtenir des résultats encore plus élevés : *Libratus*¹³⁵.

En janvier 2017, *Libratus* a participé à une compétition contre quatre des meilleurs joueurs professionnels de HU au Rivers Casino de Pittsburgh aux Etats-Unis¹³⁶. Durant trois semaines, il a affronté sur quatre tables simultanément les joueurs jouant au total 120 000 mains pour un enjeu de 200 000 \$. Pour réduire la variance, *Libratus* a utilisé le format *duplicate*. Dans ce format, chaque main de poker jouée par *Libratus* contre un joueur humain était également jouée, mais avec les rôles inversés, contre un autre joueur humain. En d'autres termes, lorsque *Libratus* recevait des cartes contre le joueur A, alors, dans une autre pièce, un joueur B recevrait ces mêmes cartes tandis que *Libratus* recevrait les cartes du joueur A. Ainsi, les décisions sont plus valorisées, au détriment de la chance. Décrivons à présent comment fonctionne *Libratus*. Ce programme a trois phases. Une première, appelée la stratégie *blueprint*, où il approche l'équilibre de Nash sur le *pré-flop* et le *flop* avec une variante de CFR. Il simplifie également le jeu sur ces deux premiers tours de jeu pour faciliter les calculs. Par exemple, les joueurs ont « seulement » dix montants de mise, parmi une multitude possible. Ajoutons que des actions clairement négatives sont ignorées (par exemple *pré-flop*, ne pas *folder* la pire main 72o ou *fold* la meilleure main, une paire d'as) et qu'il traite similairement les mains *offsuited* comme A♠ 7♥ et A♥ 7♠ s'il n'y a pas de couleurs possibles. Le but étant de converger plus rapidement

¹³³ Matej Moravčík et al., « DeepStack: Expert-level artificial intelligence in heads-up no-limit poker », *Science* 356, n° 6337 (5 mai 2017): 508-13, <https://doi.org/10.1126/science.aam6960>.

¹³⁴ Seuls 11 joueurs parmi les 33 ont joué les 3000 mains requises.

¹³⁵ Noam Brown et Tuomas Sandholm, « Superhuman AI for heads-up no-limit poker: Libratus beats top professionals », *Science* 359, n° 6374 (26 janvier 2018): 418-24, <https://doi.org/10.1126/science.aao1733>.

¹³⁶ Alexandre Luneau, « [Blog] IA contre Humains : le match continue », 28 février 2017, https://www.winamax.fr/blog_team_blog-ia-contre-humains-le-match-continue-30233?param=blog-ia-contre-humains-le-match-continue-30233.

vers l'équilibre de Nash pour pouvoir jouer des milliards de mains contre lui-même. Cependant, en réduisant excessivement les possibilités, des erreurs peuvent apparaître. Ces erreurs ont été exploitées par les joueurs humains lors du match contre le précédent bot de cette équipe, *Claudico*¹³⁷, ce qui a conduit à sa défaite. Il y a donc un équilibre à trouver entre efficacité et précision. Une deuxième phase où, pendant qu'il joue, il approche l'équilibre en temps réel notamment sur la *turn* et la *river*, qu'il n'a pas calculé dans sa stratégie *blueprint*. Plusieurs minutes de réflexions de calculs étaient alors nécessaires à partir de la *turn*, ce qui a pu déconcentrer les joueurs. Enfin, dans un troisième et dernier temps, après les parties qui se déroulaient la journée, il analysait ses résultats et corrigeait les éventuelles failles découvertes par ses adversaires. Qu'a donc donné ce programme ? Les résultats sont sans appel : un gain de 15bb/100 pour *Libratius*. Ce taux de gain, même si excellent, est en valeur absolue plus faible que celui de *DeepStack*, mais, cette fois-ci, l'adversité proposée représente l'élite des joueurs. Les conditions de jeu, en présentiel en casino, avec 200 000 \$ en jeu, favorise l'investissement très sérieux des joueurs. De plus, ces résultats sont sans appels vis-à-vis du hasard, de par le nombre de mains joué pour réduire la variance et démontrent la supériorité nette de la machine sur l'humain. Au-delà de ces résultats, ce programme effectue des actions non-conventionnelles (*donkbet*, énorme *overbet*...) que les humains ont copiées par la suite¹³⁸. Sa grande force est d'être très équilibré entre bluff et bonnes mains dans toutes les situations, ce qui rend quasiment impossible de l'exploiter, tout du moins par des joueurs humains.

Après les succès de *Libratius*, la même équipe de chercheurs a relevé la prochaine étape naturelle, jouer au poker à six joueurs. La difficulté d'augmenter le nombre de joueurs, est qu'il devient très compliqué d'approximer l'équilibre de Nash¹³⁹. De plus, trouver un équilibre de Nash ne garantit plus de ne pas perdre. En effet, si les autres joueurs se concertent, ils peuvent faire perdre celui qui suit une telle stratégie. En pratique, cependant, ces difficultés peuvent être appréhendées. D'une part, se concerter pour faire perdre un autre joueur est interdit en casino et sur internet. D'autre part, il n'y a que rarement des *multi pots*, c'est-à-dire des pots avec plusieurs joueurs engagés, surtout à partir de la *turn*.

En 2019, c'est donc une adaptation de *Libratius* au poker à six joueurs qui a été développé : *Pluribus*¹⁴⁰. Comme son prédécesseur, *Pluribus* s'est entraîné en jouant contre lui-même et en se corrigeant avec

¹³⁷ Noam Brown, « Equilibrium finding for large adversarial imperfect-information games » (Carnegie Mellon University, 2020).

¹³⁸ Luneau, « [Blog] IA contre Humains : le match continue ».

¹³⁹ Trouver un équilibre de Nash pour un jeu à $n \geq 3$ joueurs est PPAD-complet, cela veut dire qu'il fait partie des problèmes les plus difficiles de cette classe. De plus, il est conjecturé que la classe PPAD est distincte de celle des problèmes pour lesquels un algorithme en temps polynomial existe. Voir Christos H. Papadimitriou, « The Complexity of Finding Nash Equilibria », in *Algorithmic Game Theory*, éd. par Eva Tardos et al. (Cambridge: Cambridge University Press, 2007), 29-52, <https://doi.org/10.1017/CBO9780511800481.004>.

¹⁴⁰ Noam Brown et Tuomas Sandholm, « Superhuman AI for multiplayer poker », *Science* 365, n° 6456 (30 août 2019): 885-90, <https://doi.org/10.1126/science.aay2400>.

une amélioration de CFR. CFR n'est pas garanti de converger vers un équilibre de Nash dans un jeu à plus que deux joueurs, ni même vers une stratégie qui soit correcte, mais on constate empiriquement, qu'il a convergé vers une bonne stratégie. Relevons une des principales différences entre ces deux *bots*. *Pluribus* prend en compte la possibilité pour ses adversaires de suivre quatre stratégies différentes : la stratégie *blueprint*, la stratégie *blueprint* avec un biais pour *fold*, la stratégie *blueprint* avec un biais pour *call* et la stratégie *blueprint* avec un biais pour miser. Et *Pluribus* cherche la meilleure réponse à ces stratégies différentes. Cela permet d'être moins exposé à de légères différences de stratégies chez les adversaires pouvant résulter en de graves conséquences pour le *bot*. *Libratus* n'avait pas cela, puisqu'il approximait simplement un équilibre de Nash et était donc assuré de ne pas perdre.

Pluribus a donc affronté de très bons joueurs lors de deux phases différentes : un match entre une version de *Pluribus* et cinq humains (1IA + 5H) et un match entre cinq versions de *Pluribus* et un humain (5IA + 1H). Dans le match 1IA + 5H, 10 000 mains ont été jouées contre 14 joueurs différents pour un résultat bénéfique pour le programme de 4.8bb/100 (écart-type de 2.5bb/100). Dans l'autre match, 5IA + 1H, il y a eu trois parties de 5 000 mains contre trois joueurs différents¹⁴¹, dont les résultats pour les joueurs sont indiqués entre parenthèses : Chris Ferguson (−2.5bb/100 ±2.0), Darren Elias (−4.0bb/100 ± 2.2) et Linus Loeliger (−0.5bb/100 ± 1.0). Les résultats donc tous positifs pour *Pluribus*. Mais, malgré la couverture médiatique annonçant une victoire écrasante (« *Pluribus*, l'intelligence artificielle qui écrase l'homme au poker¹⁴² », « Avec *Pluribus*, le Poker, c'est fini¹⁴³ », « Poker : *Pluribus*, l'intelligence artificielle capable de bluffer ses adversaires¹⁴⁴ ») les résultats sont à prendre avec des pincettes. Une première limite est celle du nombre de mains disputées. 120 000 avaient été disputés pour *Libratus* contre 10 000 dans le match 1IA + 5H. Cependant, un régulateur de variance, AIVAT¹⁴⁵, a été utilisé, autrement les résultats ne voudraient pas dire grand-chose. Toutefois, les joueurs au poker s'adaptent beaucoup à leurs adversaires. Or, le faible nombre de mains jouées rend compliquée l'adaptation. Ce qui favorise *in fine* *Pluribus*, car il considère toute main comme étant i.i.d. (indépendante et identiquement distribuée). Le site spécialisé PokerNews a ainsi relevé une

¹⁴¹ Le troisième match contre Linus Loeliger n'a pas été inclus dans l'article de Science, mais les résultats ont été donnés dans ce billet de blog : « Facebook, Carnegie Mellon Build First AI That Beats Pros in 6-Player Poker », consulté le 7 juillet 2024, <https://ai.meta.com/blog/pluribus-first-ai-to-beat-pros-in-6-player-poker/>.

¹⁴² « *Pluribus*, l'intelligence artificielle qui écrase l'homme au poker », Le HuffPost, 11 juillet 2019, https://www.huffingtonpost.fr/c-est-demain/article/pluribus-l-intelligence-artificielle-qui-ecrase-l-homme-au-poker_148336.html.

¹⁴³ Gus, « Avec *Pluribus*, le Poker, c'est fini », Gus & Co, 13 juillet 2019, <http://gusandco.net/2019/07/13/pluribus-poker-intelligence-artificielle/>.

¹⁴⁴ Aline Gérard, « Poker : *Pluribus*, l'intelligence artificielle capable de bluffer ses adversaires », leparisien.fr, 23 juillet 2019, <https://www.leparisien.fr/societe/poker-pluribus-l-intelligence-artificielle-capable-de-bluffer-ses-adversaires-23-07-2019-8121885.php>.

¹⁴⁵ Neil Burch et al., « AIVAT: A New Variance Reduction Technique for Agent Evaluation in Imperfect Information Games » (arXiv, 19 janvier 2017), <https://doi.org/10.48550/arXiv.1612.06915>.

tendance à la passivité des joueurs contre ce programme¹⁴⁶. Les bons joueurs analysent leurs mains jouées, discutent des stratégies ensemble ce qui rend probable leur détection de cette faiblesse et donc sa correction. Une deuxième limite vient du profil des joueurs. Si certains comme Linus Loeliger sont parmi les meilleurs joueurs du monde de *cash game* (le mode de jeu joué), d'autres étaient d'anciennes gloires du poker¹⁴⁷ et d'autres encore spécialisés en tournois¹⁴⁸. Les joueurs étaient anonymes dans le match 1IA + 5H, donc la proportion de mains jouées par des joueurs de ces trois catégories est inconnues, mais le match 5IA + 1H donne une idée. Le meilleur joueur du casting en *cash game*, Linus Loeliger, termine à $-0.5bb/100 \pm 1.0$: cela veut dire qu'il fait jeu égal, sur les 5 000 mains jouées, et après réduction par AIVAT, avec *Pluribus*. Enfin, soulignons que dans le poker tel qu'il est pratiqué en casino ou sur internet, l'opérateur de jeu prend, à chaque main, une commission d'environ 10bb/100. Un *winrate* de 5bb/100 est un bon *winrate* en prenant en compte cette commission. Mais donc un *winrate* de 5bb/100 sans cette commission rendrait le joueur perdant dans des conditions réelles. Il est habituel que la majorité des bons joueurs perdent à des tables remplies de bons joueurs : c'est principalement au détriment des mauvais joueurs que les bons gagnent. S'il n'y en a pas, tout le monde, sauf l'opérateur, y perd. Les résultats étaient néanmoins captivants. Prenons le sens inverse, peu sont capables de rivaliser avec un joueur comme Linus Loeliger et de terminer légèrement gagnants contre d'autres bons joueurs. Ces résultats encourageants n'ont pas besoin d'être enrichie avec des articles de presse annonçant le triomphe de la machine sur l'homme. Pour le prouver, il faut organiser, comme avec *Libratus*, un match retour contre les meilleurs joueurs de *cash game* et avec un nombre de mains plus importants.

Un autre chantier est celui du jeu de tournoi, encore plus complexe que le jeu en *cash game*. En effet, les tournois imposent une augmentation régulière des *blinds* et des *antes*, obligeant les joueurs à s'adapter constamment aux changements de stratégie en fonction de la taille des tapis et des dynamiques de la table. La répartition des prix très favorables aux premières places rend plus attractive la prise de risque pour monter des jetons et, de ce fait, profiter de cette avance pour mettre une forte pression. C'est donc crucial de s'adapter à ses adversaires pour leur prendre le maximum de jetons possibles. Mais en même temps, c'est difficile à réaliser parce que le modèle du *chips EV* ne s'applique plus. Contrairement au *cash game*, la meilleure action n'est plus forcément celle qui maximise son EV, car perdre tous ses jetons veut dire se faire éliminer. Passer de 10 000 jetons à 20 000 jetons est

¹⁴⁶ PokerNews, « Analyse du jeu de Pluribus, l'IA "invincible" de Facebook », consulté le 7 juillet 2024, <https://www.poker-academie.com/poker-actu/news-poker-alternatives/analyse-du-jeu-de-pluribus-lia-invincible-de-facebook.html>.

¹⁴⁷ Le poker a énormément évolué. Un très bon joueur en 2000 sera un joueur à peine gagnant (voire perdant) en 2019.

¹⁴⁸ Un bon joueur de tournois n'est pas forcément un bon joueur de *cash game*, et inversement. Le jeu à haut niveau nécessite un investissement total et très rare sont les joueurs jouant sur deux formats ou plus.

beaucoup moins intéressant que passer de 10 000 à 0. Enfin, la répartition des joueurs n'est pas constante : elle diminue au fur et à mesure des éliminations jusqu'à ce qu'il n'en reste qu'un. Toutes ces différences, et il y en a d'autres¹⁴⁹, font que la stratégie optimale est difficile à estimer et encore plus à calculer. Mais c'est une piste de recherche que les auteurs de *Pluribus* ne souhaitent pas emprunter, estimant avoir démontré ce qu'ils souhaitent : la supériorité de la machine sur l'homme. Après le poker, ils se concentrent sur appliquer leurs résultats à des situations du monde réel pouvant être compris comme un jeu à information incomplète, potentiellement avec plusieurs « joueurs », comme la cybersécurité ou la prévention de la fraude¹⁵⁰.

2.2.5 Aller au-delà des *solvers*

Restons, nous, encore sur le poker. Les algorithmes que nous avons étudiés jusqu'à présent approximent l'équilibre de Nash pour des parties à deux joueurs et suivent une stratégie fixe pour des parties à six joueurs. Cela signifie qu'aucun de ces algorithmes ne s'adapte à ses adversaires. Or, pour progresser en tournois et dépasser définitivement le niveau des humains, il semble que les IA doivent ajuster leurs stratégies à leurs adversaires. Pour ouvrir des pistes, examinons comment les bons joueurs font pour s'adapter, en particulier lorsqu'ils affrontent des amateurs.

Les *solvers* adoptent des stratégies très variées, ne répétant que rarement la même action avec toutes leurs mains, et variant souvent la manière de jouer une même main, de sorte à ne pas pouvoir être prévisible. Par exemple, sur le *flop* présenté (figure suivante) avec 76 dans une situation particulière (3-way, 26bb deep, BTN fold, SB open 2,75bb, BB call) le *solver* recommande quatre actions différentes en fonction des couleurs des cartes 7 et 6. Plus généralement, dans cette situation précise, il suggère de checker 49,2 % du temps, miser 1,1bb 22,8 % du temps, éviter les mises de 2 ou 2,73bb, miser 3,5bb

¹⁴⁹ D'autres formats du jeu de tournois ajoutent encore des complexités spécifiques : le jeu en KO et *mystery KO*, les satellites, les *rebuys* illimités...

¹⁵⁰ Noam Brown, « Facebook, Carnegie Mellon Build First AI That Beats Pros in 6-Player Poker », consulté le 10 juillet 2024, <https://ai.meta.com/blog/pluribus-first-ai-to-beat-pros-in-6-player-poker/>.

3,1 % du temps, miser 4,1bb 4,2 % du temps, miser 5,5bb 8,2 % du temps, miser 7bb 12,5 % du temps, et ne jamais faire *all-in*.

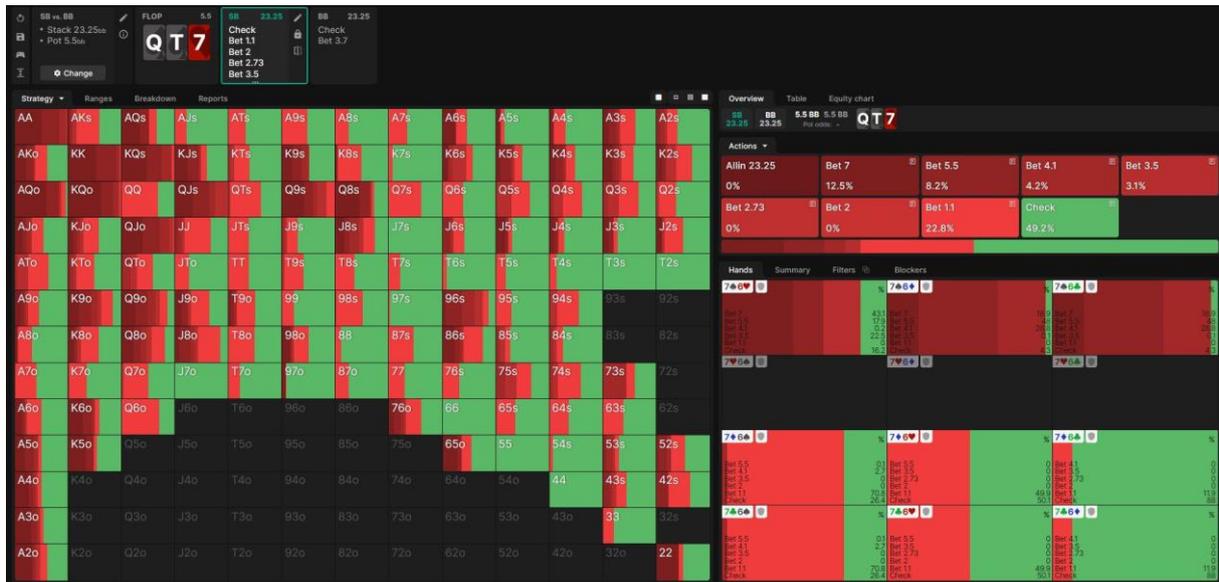


Figure 13 : Meilleures stratégies données par un solveur (GtoWizard) sur le flop Q♠T♠7♥ pour le joueur en Small Blind.

Bien que certaines mains fassent toujours, ou presque la même action, ce n'est pas le cas pour toutes. Avec plus de 15 000 flops différents à trois joueurs, des stratégies variant selon la position et les actions *pré-flop*, et quatre tours d'enchères (*pré-flop, flop, turn, river*), mémoriser toutes les actions optimales devient rapidement impossible pour un humain. D'autant plus que les stratégies données par les *solvers* diffèrent dès que l'on spécifie que l'adversaire fait des erreurs (*bluff trop, call pas assez...*). Comment font-ils alors ? Reprenons le jeu de dés du *Pad Bluff*, où le 6 donne la victoire à Alice. Plaçons-nous du côté d'Alice et demandons-nous à nouveau à quelle fréquence Alice doit miser en bluff. Nous savons que si Alice suit la stratégie équilibrée, elle doit bluffer une fois sur quinze, et dans ce cas, Bob doit payer deux fois sur trois. L'espérance d'Alice est, après calculs, de : $\mathbb{E}[Alice](b, p) = \frac{1}{6}(50b(1 - c) + pc(1 - 5b) - 20)$ où $b \in [0; 1]$ est sa fréquence de bluff, $p \geq 5$ le montant de sa mise et c la fréquence de *call* de Bob. Changeons les données de l'énoncé en ajoutant le fait qu'Alice est une joueuse professionnelle de ce jeu et que Bob est un joueur récréatif. C'est-à-dire que Bob ne connaît probablement pas sa fréquence de *call* équilibrée. Supposons qu'Alice a déjà joué de nombreuses fois contre des joueurs amateurs et que, de cette expérience, elle en a déduit qu'ils payaient moins souvent, avec une fréquence de *call* de, disons, $c = \frac{1}{3}$ lorsqu'elle misait 5€. Alors, elle peut augmenter sa fréquence de bluff profitablement. En bluffant avec une fréquence $b = 0.44$, Alice aura une espérance de gain nulle. Théoriquement, en bluffant tout le temps, elle gagnerait encore plus, mais, si le jeu est répété, Bob devrait sans doute augmenter sa fréquence de *call* s'il constate qu'Alice mise à tous les tours. En changeant sa stratégie pour exploiter les faiblesses de son adversaire, Alice a

ainsi augmenté son espérance. Au poker, similairement, les *solvers* donnent une stratégie qu’il est utile de comprendre pour connaître les ordres de grandeurs des fréquences de bluff et de *call*, mais il s’agit ensuite de s’adapter à son adversaire et à ses erreurs (inévitables). Et, les *solvers* peuvent aider également à savoir comment exploiter ses adversaires, même s’il existe des réserves.

Considérons la situation suivante à deux joueurs (*Heads-up*), 18bb effectif¹⁵¹. Le joueur en SB, devrait, théoriquement relancer 26 % du temps, *limp* 69 % et *fold* très peu, environ 4 % du temps (figure suivante). Supposons à présent que le joueur en BB est un joueur récréatif. Comment peut-on changer ses fréquences pour en profiter ?



Figure 14 : Meilleures stratégies données par un solveur (GtoWizard) pour le joueur en Small Blind, pré-flop, en Heads-up (18bb).

On constate empiriquement, à partir d’un grand nombre de données, que les joueurs amateurs ont des lacunes : ils ont tendance à ne pas *isoler*¹⁵² assez (non *all-in* et *all-in*) et ne pas 3bet assez (non *all-in* et *all-in*) également face à une relance. Cet effet est néanmoins petit, de l’ordre de quelques points de pourcentage. Il est alors possible de faire un *nodelock*, c’est-à-dire de rentrer cette stratégie dans un *solver* et de voir les nouveaux résultats. Le *solver* réagit alors de manière brutale (figure suivante).

¹⁵¹ Analyse détaillée à retrouver dans *Preflop Nodelocking Using AI | Spin & Go #gtowizard*, 2023, <https://www.youtube.com/watch?v=p-hmsvTe42g>.

¹⁵² Se dit de l’action consistant à relancer (généralement à 3 ou 4bb) un, ou plusieurs joueurs, ayant effectué un *limp*.

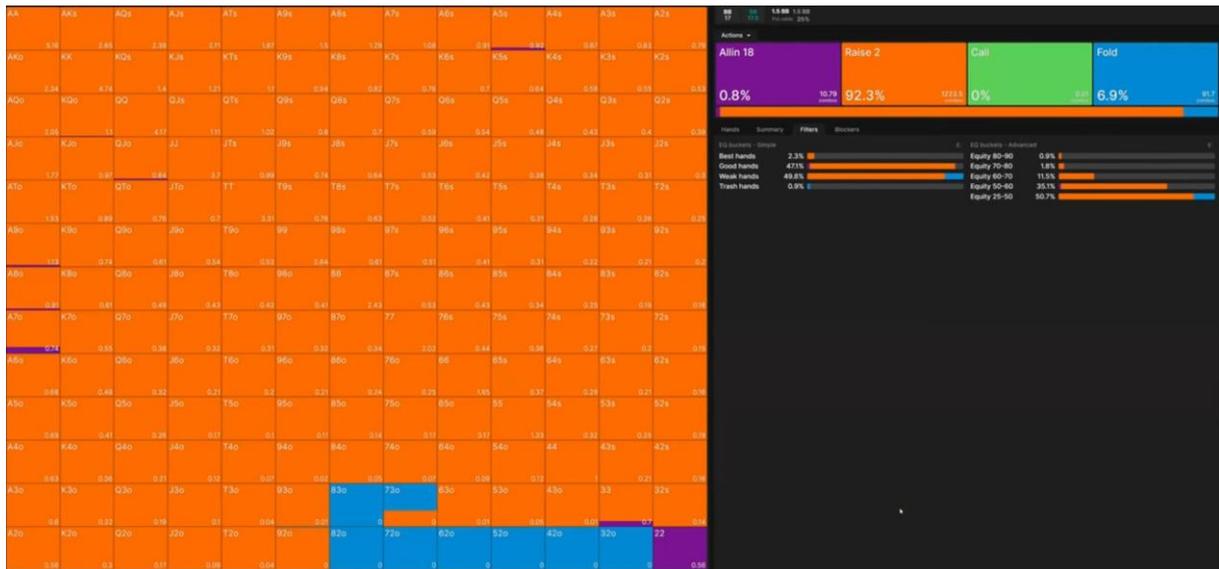


Figure 15 : Meilleures stratégies données par GtoWizard dans la même situation que la figure précédente, après nodelock.

Le solver n'a donc plus aucune stratégie de *limp* : c'est relance (92 %) ou *fold* (7 %). Pourtant, ce n'est pas la stratégie employée par les meilleurs joueurs. Car, après avoir *nodelock* le *pré-flop*, le solver considère toujours que le joueur en BB va jouer au mieux *post-flop*. Ce qui n'est bien sûr pas le cas, sinon il ne serait pas un joueur récréatif. En relançant, au lieu de *limper*, le joueur fait augmenter la taille du pot, ce qui augmente alors la variance, pour des différences d'*EV** qui sont minimes. Les bons joueurs préfèrent donc, avec des mains faibles (comme 92o), *limper*, garder le pot petit, profiter de ce fait, d'une plus grande marge de manœuvre (d'un plus grand *Stack-to-Pot Ratio*¹⁵³) et considèrent ainsi avoir une meilleure EV. Il s'agit donc de ne pas seulement chercher à exploiter, naïvement, sur un tour d'enchère, mais, au contraire, de chercher à exploiter sur toute une main.

Les prochains programmes de poker devront considérer l'équilibre de Nash donnée par les solvers comme une chose importante et instructive à considérer, mais qui ne doit pas être la seule. En tournois, c'est un point de départ pour concevoir sa stratégie, mais, tout comme les bons joueurs savent ensuite s'adapter, les IA devront, entre elles ou contre des humains, devront faire de même pour survivre, ainsi que cela était pressenti dès 2002¹⁵⁴. Les analogies avec la théorie de l'évolution ne sont pas sans arrière-pensée, puisque des algorithmes évolutionnaires ont été utilisés au poker¹⁵⁵. Et réciproquement, pour mieux comprendre les mécanismes de l'évolution, des modèles simulant le poker ont été utilisés¹⁵⁶.

¹⁵³ Rapport entre le *stack* effectif et la taille du pot.

¹⁵⁴ Billings et al., « The challenge of poker ».

¹⁵⁵ Hanyang Quek et al., « Evolving Nash-Optimal Poker Strategies Using Evolutionary Computation », *Frontiers of Computer Science in China* 3, n° 1 (1 mars 2009): 73-91, <https://doi.org/10.1007/s11704-009-0007-5>.

¹⁵⁶ Robert S. Root-Bernstein et Morton I. Bernstein, « "Evolutionary Poker": An Agent-Based Model of Interactome Emergence and Epistasis Tested against Lenski's Long-Term E. Coli Experiments », *The Journal of Physiology* 602, n° 11 (juin 2024): 2511-35, <https://doi.org/10.1113/JP284421>.

Conclusion

Dans les sociétés d'ordres européennes qui ont reçu les premiers jeux de cartes de Chine à la fin du XIIIe siècle, ces jeux ont été accueillis avec méfiance. Dans ces sociétés fortement hiérarchisées, où les périodes de travail et de loisirs sont rigoureusement régulées, les jeux, notamment ceux qui ne préparent pas à la guerre, sont souvent mal vus et donc interdits¹⁵⁷. Accusés de favoriser la débauche, notamment pour rembourser les dettes de jeu, les jeux de cartes sont néanmoins pratiqués parmi les classes dirigeantes, qui justifient ce traitement différent par une maîtrise de soi supposée les protéger de comportements immoraux liés au jeu¹⁵⁸. S'inscrivant dans la tradition des jeux d'argents et de hasard comme la prime ou le brelan, le poker ne subit pas un traitement différencié de ceux-là. Toutefois, il s'est peu à peu détaché de son image de jeu immoral pour devenir un objet d'intérêt scientifique grâce à plusieurs facteurs clés. La popularité croissante du festival de tournois des World Series of Poker (WSOP) a légitimé le jeu, attirant l'attention des médias et du public. L'avènement d'Internet a permis une démocratisation du poker en ligne, rendant sa pratique accessible de n'importe où. De plus, l'effet Moneymaker, déclenché par la victoire de l'amateur Chris Moneymaker aux WSOP en 2003, a popularisé l'idée selon laquelle tout joueur pouvait atteindre les sommets et remporter des gains importants, suscitant un engouement pour le poker¹⁵⁹.

Les scientifiques ont précédé cet élan. Les mathématiciens se sont intéressés à ce jeu dès le début du XXe siècle et ont développé la fructueuse théorie des jeux au cours de ce siècle. Les informaticiens, forts de leurs succès aux échecs, au backgammon ou encore aux dames, ont attaqué le poker à la fin des années 90¹⁶⁰. Leur motivation principale est de mieux comprendre les jeux à information incomplète, comme le poker, qui reflètent davantage les situations de la vie réelle, où l'incertitude, le hasard et l'asymétrie d'informations sont omniprésentes, contrairement aux jeux à information complète comme les échecs ou les dames. La nature même du poker rend difficile l'évaluation précise des probabilités et des stratégies, ce qui s'est avéré plus ardu à appréhender que de battre Garry Kasparov. Ces spécificités auront conduit à attendre 2015 pour qu'une IA batte les meilleurs joueurs dans une variante plus simple, le *limit*¹⁶¹. Cependant, une fois les méthodes comprises, notamment l'algorithme de Counterfactual Regret Minimization (CFR) et des techniques de *deep learning* tournant avec la puissance de calcul moderne, il n'aura fallu que quatre ans de plus pour battre d'excellents

¹⁵⁷ Monstrelet, *Chroniques d'Enguerrand de Monstrelet*, 2:326.

¹⁵⁸ Élisabeth Belmas, *Jouer autrefois: essai sur le jeu dans la France moderne (XVIe - XVIIIe siècle)*, Époques (Seysse: Champ Vallon, 2006), 155-56.

¹⁵⁹ Schwartz, « Historical parallels between tournament poker and esports ».

¹⁶⁰ Billings et al., « The challenge of poker ».

¹⁶¹ Bowling et al., « Heads-up limit hold'em poker is solved ».

joueurs sur une table de six joueurs en *no-limit*¹⁶². Enfin, pour progresser dans ces recherches, notamment dans le poker de tournois où les agents ne sont pas rationnels, il semble crucial de faire évoluer les techniques et les algorithmes utilisés pour s'adapter aux adversaires.

Pour aller au-delà des conclusions de cette analyse qui se sont consacrés principalement en France et aux Etats-Unis, il serait intéressant d'étudier la perception du poker dans d'autres régions du monde, autant d'un point de vue des joueurs, que des institutions, des personnalités publiques ou des scientifiques. Le pays berceau des jeux de cartes interdit la pratique des jeux d'argents sur son territoire, même si les joueurs chinois, surtout aisés, y jouent à Macao en profitant des largesses de cette ville. De nombreux autres territoires interdisent toujours le poker comme l'Inde ou la Thaïlande, ce qui offre sans nul doute une image de ce jeu bien différente. D'un autre point de vue, nous n'avons pas eu le temps d'étudier en détail l'histoire du poker au sein des sciences : en mathématiques, en informatique, mais aussi en psychologie ou en sciences cognitives. Enfin, si le poker est considéré en France comme un jeu avec une part d'habileté, ce n'est pas le cas partout et encore moins de tout temps. Cette question continue à se poser, même parmi la communauté des joueurs, lors de la sortie de nouveaux formats¹⁶³. L'évolution du débat entre habileté et hasard au poker mériterait aussi plus que les quelques lignes que nous lui avons offertes au fil de ces pages.

¹⁶² Bowling et al., « Heads-up limit hold'em poker is solved ».

¹⁶³ Lors de la sortie des Expressos en 2013, la majorité des joueurs ne pensaient pas que l'adresse des meilleurs d'entre eux en faisait un format rentable pour eux. De même à la sortie des Nitros en 2019.

Glossaire

Bracelet WSOP : bracelet d'or et de diamant récompensant le vainqueur d'un tournoi aux World Series of Poker (WSOP).

Équité : pourcentage de chance de gagner une main contre une autre. Par exemple, une paire d'as a environ 80% d'équité contre une paire de cinq.

EV (expected value) : espérance mathématique. Ce qu'il est attendu d'obtenir si l'on répète l'expérience un grand nombre de fois. On dit qu'une action est EV+ si l'espérance est positive.

Heads-up : partie de poker où il n'y a que deux joueurs.

IP : *in position*. Se dit du joueur qui parle en dernier. Antonyme : OOP.

Isoler : se dit de l'action consistant à relancer (généralement à 3 ou 4bb) un, ou plusieurs joueurs, ayant effectué un *limp*.

Main : tour de jeu. Commence avec la distribution des mains, les tours d'enchère, jusqu'à ce qu'il y ait un, ou plusieurs, gagnant.

OOP : *out of position*. Se dit du joueur qui parle en premier. Antonyme : IP.

Stack effectif : plus petit stack entre les joueurs dans une main. C'est le nombre de jetons véritablement en jeu. Par exemple, si deux joueurs sont dans une main, que le joueur A a 80bb et le joueur B 50bb. Le stack effectif est donc, dans cette main, de 50bb.

Stack-to-Pot Ratio (SPR) : rapport entre le stack effectif et la taille du pot.

Tapis : représente le nombre de jetons. Exemple, faire tapis, c'est engager tous ses jetons.

Tell : un comportement particulier chez un adversaire (tremblement, carotide qui bat fort, vitesse de jeu...) qui peut donner une information sur sa main.

Bibliographie

Sources primaires

Adhikari, Akash, Stanislav Anatolyev, et Dmitry Dagaev. « Do Mistakes Provoke New Mistakes? Evidence from Chess ». *IEEE Transactions on Games*, 2023, 1-6.
<https://doi.org/10.1109/TG.2023.3275710>.

Allis, Louis Victor. *Searching for Solutions in Games and Artificial Intelligence*. Wageningen: Ponsen & Looijen, 1994.

Arneson, Broderick, Ryan B. Hayward, et Philip Henderson. « Solving Hex: Beyond Humans ». In *Computers and Games*, édité par H. Jaap van den Herik, Hiroyuki Iida, et Aske Plaat, 1-10. Berlin, Heidelberg: Springer, 2011. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17928-0_1.

Barrault, Servane, et Isabelle Varescon. « Le poker : pratiques normales et pathologiques ». *Psychotropes* 21, n° 2-3 (2015): 37-52. <https://doi.org/10.3917/psyt.212.0037>.

Billings, Darse, Aaron Davidson, Jonathan Schaeffer, et Duane Szafron. « The challenge of poker ». *Artificial Intelligence* 134, n° 1 (1 janvier 2002): 201-40. [https://doi.org/10.1016/S0004-3702\(01\)00130-8](https://doi.org/10.1016/S0004-3702(01)00130-8).

Borel, Émile. « La théorie du jeu et les équations intégrales à noyau symétrique ». *Comptes rendus de l'Académie des sciences* 173, n° 1301-1308 (1921).

———. « Sur les jeux où interviennent le hasard et l'habileté des joueurs ». *Association française pour l'avancement des Sciences*, n° 47e session (1923).

———. « Sur les systèmes de formes linéaires à déterminant symétrique gauche et la théorie générale du jeu ». *Comptes rendus de l'Académie des sciences* 184 (1927).

Borel, Émile, et Jean Ville. *Applications de la théorie des probabilités aux jeux de hasard*. Reproduction en fac-Similé. Paris: J. Gabay, 2009.

Bowling, Michael, Neil Burch, Michael Johanson, et Oskari Tammelin. « Heads-up limit hold'em poker is solved ». *Science* 347, n° 6218 (9 janvier 2015): 145-49.
<https://doi.org/10.1126/science.1259433>.

Brown, Noam. « Equilibrium finding for large adversarial imperfect-information games ». Carnegie Mellon University, 2020.

Brown, Noam, et Tuomas Sandholm. « Superhuman AI for heads-up no-limit poker: Libratus beats top professionals ». *Science* 359, n° 6374 (26 janvier 2018): 418-24.
<https://doi.org/10.1126/science.aao1733>.

- . « Superhuman AI for multiplayer poker ». *Science* 365, n° 6456 (30 août 2019): 885-90.
<https://doi.org/10.1126/science.aay2400>.
- Burch, Neil, Martin Schmid, Matej Moravčík, et Michael Bowling. « AIVAT: A New Variance Reduction Technique for Agent Evaluation in Imperfect Information Games ». arXiv, 19 janvier 2017.
<https://doi.org/10.48550/arXiv.1612.06915>.
- Cournot, Antoine-Augustin (1801-1877) Auteur du texte. *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, 1838. <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6117257c>.
- Cowell, Joe. *Thirty years passed among the players in England and America*, 1844.
- Diderot, Denis, et Jean D'Alembert. *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers*. 1ère. Vol. 2. 17 vol., 1751.
- Dufour, Magali, Séverine Petit, et Natacha Brunelle. « La perception du poker selon les joueurs adeptes : un jeu qui les distingue ». *Criminologie* 45, n° 2 (2012): 7-25.
<https://doi.org/10.7202/1013718ar>.
- Green, Jonathan Harrington. *An Exposure of the Arts and Miseries of Gambling: Designed Especially As a Warning to the Youthful and Inexperienced Against the Evils of That Odious and Destructive Vice*, 1843. <https://archive.org/details/anexposureartsa00greegoog>.
- Hildreth, James. *Dragoon Campaigns to the Rocky Mountains : Being a History of the Enlistment, Organization, and First Campaigns of the Regiment of United States Dragoons : Together with Incidents of a Soldier's Life, and Sketches of Scenery and Indian Character*. Wiley & Long, 1836. <https://archive.org/details/dragooncampaigns00hild/>.
- House Resolution. « Texas State Legislature - House », 11 mai 2007.
<https://www.legis.state.tx.us/tlodocs/80R/billtext/html/H000109H.htm>.
- LOI n° 2010-476 du 12 mai 2010 relative à l'ouverture à la concurrence et à la régulation du secteur des jeux d'argent et de hasard en ligne, 2010-476 § (2010).
- Monstrelet, Enguerrand de. *Chroniques d'Enguerrand de Monstrelet*. Vol. 2. 8 vol. Collection des chroniques nationales françaises écrites en langue vulgaire du XIIIe au XVe siècles ; T. XXVI-XXXIII. S.l., 1826.
- Moravčík, Matej, Martin Schmid, Neil Burch, Viliam Lisý, Dustin Morrill, Nolan Bard, Trevor Davis, Kevin Waugh, Michael Johanson, et Michael Bowling. « DeepStack: Expert-level artificial intelligence in heads-up no-limit poker ». *Science* 356, n° 6337 (5 mai 2017): 508-13.
<https://doi.org/10.1126/science.aam6960>.

- Moreau, Axelle, Jennifer Delieuvin, Emeline Chauchard, et Henri Chabrol. « Le “tilt” au poker en ligne ». *Alcoologie et addictologie* 37, n° 3 (2015): 245-51.
- Nash, John. « Non-Cooperative Games ». *Annals of Mathematics* 54, n° 2 (1951): 286-95. <https://doi.org/10.2307/1969529>.
- Papadimitriou, Christos H. « The Complexity of Finding Nash Equilibria ». In *Algorithmic Game Theory*, édité par Eva Tardos, Noam Nisan, Tim Roughgarden, et Vijay V. Vazirani, 29-52. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511800481.004>.
- Ponssard, Jean-Pierre, et Sylvain Sorin. « Optimal Behavioral Strategies In 0-Sum Games with Almost Perfect Information ». *Mathematics of Operations Research* 7, n° 1 (février 1982): 14-31. <https://doi.org/10.1287/moor.7.1.14>.
- Quek, Hanyang, Chunghoong Woo, Kaychen Tan, et Arthur Tay. « Evolving Nash-Optimal Poker Strategies Using Evolutionary Computation ». *Frontiers of Computer Science in China* 3, n° 1 (1 mars 2009): 73-91. <https://doi.org/10.1007/s11704-009-0007-5>.
- Regles du jeu des minquiattes*, s.n., 1770, BnF, Imp., V 51047. (Loix, n° 107).
- Root-Bernstein, Robert S., et Morton I. Bernstein. « “Evolutionary Poker”: An Agent-Based Model of Interactome Emergence and Epistasis Tested against Lenski’s Long-Term E. Coli Experiments ». *The Journal of Physiology* 602, n° 11 (juin 2024): 2511-35. <https://doi.org/10.1113/JP284421>.
- Schaeffer, Jonathan, Neil Burch, Yngvi Björnsson, Akihiro Kishimoto, Martin Müller, Robert Lake, Paul Lu, et Steve Sutphen. « Checkers Is Solved ». *Science* 317, n° 5844 (14 septembre 2007): 1518-22. <https://doi.org/10.1126/science.1144079>.
- Von Neumann, John. « Zur Theorie der Gesellschaftsspiele ». *Mathematische Annalen* 100 (1 décembre 1928): 295-320. <https://doi.org/10.1007/BF01448847>.
- Von Neumann, John, et M. Fréchet. « Communication on the Borel Notes ». *Econometrica* 21, n° 1 (1953): 124-27. <https://doi.org/10.2307/1906950>.
- Von Neumann, John, et Oskar Morgenstern. *Theory of Games and Economic Behavior*. 60th anniversary ed. Princeton Classic Editions. Princeton, N.J. ; Woodstock: Princeton University Press, 1944.
- Zinkevich, Martin, Michael Johanson, Michael Bowling, et Carmelo Piccione. « Regret minimization in games with incomplete information ». In *Proceedings of the 20th International Conference on Neural Information Processing Systems*, 1729-36. NIPS’07. Red Hook, NY, USA: Curran Associates Inc., 2007.

Sources secondaires

Alvarez, Alfred. *The Biggest Game in Town*. Boston: Houghton Mifflin, 1983.

Asbury, Herbert. *Sucker's Progress; an Informal History of Gambling in America from the Colonies to Canfield*. Montclair, N.J.: Patterson Smith, 1938.

Attenborough, David « The Ascent of Man », 1973.

Belmas, Élisabeth. *Jouer autrefois: essai sur le jeu dans la France moderne (XVIe - XVIIIe siècle)*. Époques. Seyssel: Champ Vallon, 2006.

Bert, Jean-François, et Jérôme Lamy, éd. *Les cartes à jouer du savoir: détournements savants au XVIIIe siècle*. Heuristiques, vol. 1. Basel: Schwabe Verlag, 2023. <https://doi.org/10.24894/978-3-7965-4893-2>.

Bonnet, Jean-Claude. « Diderot maître des jeux ». *Revue italienne d'études françaises. Littérature, langue, culture*, n° 8 (15 novembre 2018). <https://doi.org/10.4000/rief.2675>.

Bueno de Mesquita, Bruce, et Alastair Smith. *The Dictator's Handbook: Why Bad Behavior Is Almost Always Good Politics*. 1st ed. New York: PublicAffairs, 2011.

Bustamante, M.-C., M. Cléry, et L. Mazliak. « Le Traité du calcul des probabilités et de ses applications: étendue et limites d'un projet borélien de grande envergure (1921-1939) ». *North-Western European Journal of Mathematics* 1 (2015): 85-123.

Cacérés, Benigno. *Loisirs et travail, du Moyen Âge à nos jours*. Seuil, 1973.

Chad, Norman. « Perspective | For U.S. Presidents, Poker Is a Main Event ». *Washington Post*, 16 juin 2019. https://www.washingtonpost.com/sports/for-us-presidents-poker-is-a-main-event/2019/06/16/7a1a5e54-8fb1-11e9-b08e-cfd89bd36d4e_story.html.

Chen, Bill, et Jerrod Ankenman. *The mathematics of poker*. 1st ed. Pittsburgh, Pa: ConJelCo LLC, 2006.

Cohen, Déborah. *État, pouvoirs et contestations dans les monarchies française et britannique et dans leurs colonies américaines, vers 1640-vers 1780*. CAPES-Agreg. Paris: Ellipses, 2018.

Dawkins, Richard. *Le Gène égoïste*. 0 edition. JACOB, 2003.

Delahaye, Jean-Paul. *Les mathématiciens se plient au jeu: du poker à l'origami, 20 enquêtes ludiques*. Bibliothèque scientifique. Paris: Belin, 2017.

Depaulis, Thierry. « Étienne Tabourot et Le Tarot ». *Le Vieux Papier*, n° 379 (janvier 2006): 386-92.

———. *Petite histoire du poker*. Petite histoire des jeux 1. Paris: Cymbalum mundi Éd. Pole, 2008.

Dummett, Michael Anthony Eardley, et Sylvia Mann. *The Game of Tarot: From Ferrara to Salt Lake City*. London: G. Duckworth, 1980.

Farha, Sam, et Storms Reback. *Farha on Omaha: Expert Strategy for Beating Cash Games and Tournaments*. Chicago: Triumph Books, 2007.

Ferguson, Chris, et Thomas Ferguson. « On the Borel and von Neumann Poker Models ». *Game Theory and Applications* 9 (1 janvier 2003).

Harouel, Jean-Louis. « De François Ier au pari en ligne, histoire du jeu en France ». *Pouvoirs* 139, n° 4 (2011): 5-14. <https://doi.org/10.3917/pouv.139.0005>.

Huizinga, Johan. *Le déclin du Moyen-Age*. Payot, Paris, 1948. Payot, 1919.

Lissner, Will. « Mathematical Theory of Poker Is Applied to Business Problems ». *The New York Times*, 10 mars 1946, sect. Archives. <https://www.nytimes.com/1946/03/10/archives/mathematical-theory-of-poker-is-applied-to-business-problems-gaming.html>.

Lo, Andrew. « The game of leaves: An inquiry into the origin of Chinese playing cards ». *Bulletin of the School of Oriental and African Studies* 63 (1 janvier 2000): 389-406. <https://doi.org/10.1017/S0041977X00008466>.

McManus, James. *Cowboys full: the story of poker*. New York: Farrar, Straus, and Giroux, 2009.

Mendiague, Francis. « L'Église et les interdits religieux du jeu. Hasard, passion et désordre du XVe au XVIIe siècle ». *STAPS* 14, n° 32 (1993): 57-66. <https://doi.org/10.3406/staps.1993.950>.

Palomba, Giuseppe. « Introduction à l'œuvre de Cournot ». *Économie appliquée* 37, n° 1 (1984): 7-97. <https://doi.org/10.3406/ecoap.1984.3999>.

Rosa, Joseph G. *Wild Bill Hickok: the man and his myth*. Lawrence: University Press of Kansas, 1996.

Schwalbe, Ulrich, et Paul Walker. « Zermelo and the Early History of Game Theory ». *Games and Economic Behavior* 34, n° 1 (1 janvier 2001): 123-37. <https://doi.org/10.1006/game.2000.0794>.

Schwartz, David G. « Historical parallels between tournament poker and esports ». *Gaming Law Review* 21, n° 10 (décembre 2017): 730-44. <https://doi.org/10.1089/glr2.2017.21103>.

Sévigné, Marie de Rabutin-Chantal. *Lettres choisies de Madame de Sévigné : précédées d'une notice par Grouvelle ; d'observations littéraires par Suard... ; ornées d'une galerie de portraits historiques dessinés par Staal..* Garnier frères, 1862.

Webographie

A. Boisson, « *Bluff like a boss* », 2022. <https://spinforwin.fr/videos/videoshow/866/bluff-like-a-boss>.

American School. *Assassination of « Wild Bill » (W.B. Hickok)*. s. d.

[https://www.meisterdrucke.us/fine-art-prints/American-School/1425071/Assassination-of-%27Wild-Bill%27-\(W.B.-Hickok\)-by-Jack-McCall-at-Deadwood-City,-Dakota-Territory,-2nd-August-1876-\(colour-litho\).html](https://www.meisterdrucke.us/fine-art-prints/American-School/1425071/Assassination-of-%27Wild-Bill%27-(W.B.-Hickok)-by-Jack-McCall-at-Deadwood-City,-Dakota-Territory,-2nd-August-1876-(colour-litho).html).

Autorité Nationale des Jeux (ANJ). « Analyse annuelle du marché des jeux d'argent et de hasard en France - 2023 ». Consulté le 17 juin 2024. https://anj.fr/sites/default/files/2024-04/2023_Rapport_Economique.pdf.

———. « Demander un agrément | ANJ ». Consulté le 1 juillet 2024.

<https://anj.fr/professionnels/demander-un-agrement>.

Binion's Horseshoe Club Photograph Collection. *Photograph of gamblers at the 7th World Series of Poker, Las Vegas (Nev.), 1976* | UNLV Special Collections Portal. 1976.

<http://n2t.net/ark:/62930/d1x63bc2g>.

BnF. « Les échecs moralisés ». BnF Essentiels. Consulté le 20 juin 2024.

<http://essentiels.bnf.fr/fr/focus/1593e77a-217b-4891-8349-2eaf4c36af4a-echecs-moralises>.

Bourlès, Renaud, et Dominique Henriët. « Théorie des jeux ». Support de cours de l'Ecole Centrale de Marseille, 2017. http://renaud.bourles.perso.centrale-marseille.fr/Cours/Theorie_des_jeux.pdf.

Brown, Noam. « Facebook, Carnegie Mellon Build First AI That Beats Pros in 6-Player Poker ».

Consulté le 7 juillet 2024. <https://ai.meta.com/blog/pluribus-first-ai-to-beat-pros-in-6-player-poker/>.

Brunetton. *Travail personnel*, CC BY-SA 4.0. s. d.

<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=127911768>.

Club Poker. « Cinéma : le poker dans les films ». Consulté le 13 juin 2024.

<https://www.clubpoker.net/cinema-poker-films/p-83>.

———. « Histoire de poker : Richard Nixon et les présidents américains ». *Club Poker* (blog), 18 février 2014. <https://www.clubpoker.net/histoire-poker-richard-nixon-presidents-americains/n-8915>.

———. « Poker et télévision - Le poker ». Club Poker. Consulté le 17 juin 2024.

<https://www.clubpoker.net/poker-television/s-80>.

CNRTL. « Bluff ». Consulté le 1 juillet 2024. <https://www.cnrtl.fr/definition/bluff>.

FFE. « Effectifs détaillés au 11 juin 2024 - FFE », 11 juin 2024.
<http://www.echecs.asso.fr/Default.aspx?Cat=55>.

Gérard, Aline. « Poker : Pluribus, l'intelligence artificielle capable de bluffer ses adversaires ». leparisien.fr, 23 juillet 2019. <https://www.leparisien.fr/societe/poker-pluribus-l-intelligence-artificielle-capable-de-bluffer-ses-adversaires-23-07-2019-8121885.php>.

Geselbracht, raymond H. « Harry Truman, Poker Player ». *Prologue / Spring 2003* 35, n° 1 (2003).
<https://www.archives.gov/publications/prologue/2003/spring/truman-poker.html>.

Green, Nathaniel. « Meilleures joueuses d'échecs de tous les temps ». Chess.com, 22 février 2021.
<https://www.chess.com/fr/article/view/les-5-meilleures-joueuses-de-tous-les-temps>.

Gus. « Avec Pluribus, le Poker, c'est fini ». Gus & Co, 13 juillet 2019.
<http://gusandco.net/2019/07/13/pluribus-poker-intelligence-artificielle/>.

Harris, Martin. « Poker & Pop Culture: Moss and Dandolos at the Horseshoe - Legend or Myth? »
PokerNews. PokerNews, 23 mai 2017. <https://www.pokernews.com/news/2017/05/poker-pop-culture-moss-dandolos-horseshoe-legend-myth-28031.htm>.

« HeadsUp Push/Fold Nash Equilibrium - HoldemResources.net ». Consulté le 4 juillet 2024.
<https://www.holdemresources.net/hune>.

Holden, Anthony. « Poker Returns to the White House ». *The Daily Beast*, 6 novembre 2008.
<https://www.thedailybeast.com/articles/2008/11/06/card-shark-in-chief>.

Lalanne, Philippe. « Le Brellan ». Consulté le 6 juin 2024. <https://salondesjeux.fr/brellan.htm>.

Las Vegas Review-Journal. « Women Make up a Tiny Part of the Competitive Poker World. Here's Why. », 2 juillet 2021. <https://www.reviewjournal.com/sports/poker/women-make-up-a-tiny-part-of-the-competitive-poker-world-heres-why-2391898/>.

Le HuffPost. « Pluribus, l'intelligence artificielle qui écrase l'homme au poker », 11 juillet 2019.
https://www.huffingtonpost.fr/c-est-demain/article/pluribus-l-intelligence-artificielle-qui-ecrase-l-homme-au-poker_148336.html.

« Le WPT diffusé sur Canal Plus et présenté par Patrick Bruel », 26 mai 2005.
<https://fr.pokernews.com/news/2005/05/wpt-diffuse-canal-plus-1059.htm>.

Leduc, Romain. « Ces anciens jeux pratiqués à la Cour de Versailles ». *Histoires Royales* (blog), 22 juin 2021. <https://histoiresroyales.fr/ces-anciens-jeux-pratiques-a-la-cour-de-versailles/>.

- Luneau, Alexandre. « [Blog] IA contre Humains : le match continue », 28 février 2017. https://www.winamax.fr/blog_team_blog-ia-contre-humains-le-match-continue-30233?param=blog-ia-contre-humains-le-match-continue-30233.
- « Online Poker | Poker History ». Consulté le 17 juin 2024. <https://pokertips.org/history/online-poker.php>.
- PokerNews. « Analyse du jeu de Pluribus, l'IA "invincible" de Facebook ». Consulté le 7 juillet 2024. <https://www.poker-academie.com/poker-actu/news-poker-alternatives/analyse-du-jeu-de-pluribus-lia-invincible-de-facebook.html>.
- President Harry S. Truman with His Staff Playing Poker*. 4 juillet 1949. <https://www.trumanlibrary.gov/photograph-records/81-154-04>.
- « Servane Barrault et Seni - Club Poker Radio S06E07 », 2 octobre 2012. <https://www.clubpoker.net/forum-poker/topic/185922-servane-barrault-et-seni-aka-s1605-club-poker-radio-s06e07/>.
- Singer-Vine, Jeremy. « The Moneymaker Effect ». *Slate*, 30 juin 2011. <https://slate.com/news-and-politics/2011/06/the-moneymaker-effect-how-online-poker-got-so-popular.html>.
- Sofen, Jon. « The Muck: Why Don't More Women Play Poker? » PokerNews, 8 mai 2022. <https://www.pokernews.com/news/2022/05/women-poker-the-muck-41147.htm>.
- Sports.fr. « Patrick Bruel: "Le poker est un sport" », 16 novembre 2009. <https://www.sports.fr/poker/interviews/articles/patrick-bruel-le-poker-est-un-sport-275916/>.
- Team Bas Poker. *Preflop Nodelocking Using AI | Spin & Go #gtowizard*, 2023. <https://www.youtube.com/watch?v=p-hmsvTe42g>.
- Tombos21, et GTO. Wizard. « What Is GTO in Poker? » *GTO Wizard* (blog), 16 mai 2022. <https://blog.gtowizard.com/what-is-gto-in-poker/>.
- Wikipédia. « *Dead man's hand* ». In *Wikipédia*, 25 août 2023. https://fr.wikipedia.org/wiki/Dead_man%27s_hand#Post%C3%A9rit%C3%A9.
- . « Wild Bill Hickok ». In *Wikipédia*, 8 avril 2023. https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Wild_Bill_Hickok&oldid=203072437#Dans_la_culture_populaire.
- « World Series of Poker ». Consulté le 17 juin 2024. <https://www.wsop.com/>.